

# PENDOLO QUADRIFILARE

## SOMMARIO

L'esperienza verte sullo studio del moto di un pendolo e della dipendenza del periodo dall'ampiezza dell'oscillazione.

## MATERIALE A DISPOSIZIONE

- Un pendolo quadrifilare;
- metro a nastro (risoluzione 1 mm);
- un calibro (risoluzione 0.05 mm);
- un computer per acquisizione ed analisi dei dati.

## DEFINIZIONI

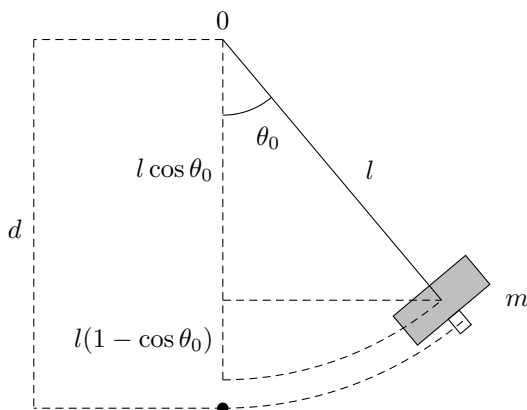


FIGURA 1: Schematizzazione dell'apparato sperimentale e definizioni di base.

Al di là delle definizioni ovvie, sottolineiamo la differenza tra la lunghezza  $l$  del pendolo e la distanza  $d$  tra il punto di sospensione ed il traguardo ottico che registra i passaggi della bandierina.

Ricordiamo inoltre che l'espressione per il periodo del pendolo si può sviluppare in serie come

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{16}\theta_0^2 + \frac{11}{3072}\theta_0^4 + \dots \right). \quad (1)$$

## MISURE DA EFFETTUARE ED ANALISI

Nel momento in cui il pendolo si trova (con velocità nulla) nella posizione di massima altezza raggiunta dall' $i$ -esima oscillazione la sua energia meccanica sarà soltanto energia potenziale. Al contrario, nel punto più basso della traiettoria (a patto di fissare opportunamente lo zero del potenziale), si avrà solamente energia cinetica.

### MISURE DI VELOCITÀ

Si costruisca il grafico della velocità  $v_0$  nel punto più basso in funzione del tempo. Nel caso di smorzamento

proporzionale alla velocità ci si aspetta un andamento esponenziale:

$$v_0(t) = v_0(0)e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Si stimi, tramite un fit numerico o graficamente, la costante di smorzamento  $\lambda$  e il tempo di smorzamento associato  $\tau = 1/\lambda$ .

Per completezza, può essere interessante costruire il grafico cartesiano del periodo  $T$  in funzione del tempo. A causa della variazione dell'ampiezza di oscillazione, anch'esso diminuirà nel tempo.

### MISURE DI SMORZAMENTO

L'ampiezza (*quasi*) istantanea di oscillazione si può ricavare, assumendo trascurabile la perdita di energia per attrito su un quarto di periodo, dal bilancio energetico

$$mgl(1 - \cos \theta_0) = \frac{1}{2}mv_0^2, \quad (3)$$

da cui si ricava banalmente

$$\theta_0 = \arccos \left( 1 - \frac{v_0^2}{2gl} \right). \quad (4)$$

Si costruisca il grafico cartesiano del periodo  $T$  in funzione dell'ampiezza  $\theta_0$  di oscillazione e si verifichi la (1). Quanti ordini dello sviluppo in serie si riescono a *vedere*?

## CONSIDERAZIONI PRATICHE

### IL FORMATO DEI DATI

Il programma di acquisizione fornisce un *file* di uscita contenente tre colonne che rappresentano, rispettivamente:

1. il tempo  $t$ , dall'inizio dell'acquisizione, a misurato a metà dell'oscillazione;
2. la durata del periodo di oscillazione  $T$ ;
3. il tempo di transito  $t_T$  della piccola lamina di alluminio nel traguardo ottico, mediato tra andata e ritorno.

Detta  $w$  la larghezza della bandierina, la velocità del centro di massa del pendolo nel punto più basso dell'oscillazione si ottiene come

$$v_0 = \frac{w}{t_T} \times \frac{l}{d} \quad (5)$$

(si faccia riferimento alla figura per convincersi che la velocità del centro di massa è leggermente più piccola—di un fattore  $l/d$ , per la precisione—della velocità della bandierina).

## NOTE SUL PROGRAMMA DI ACQUISIZIONE

Una volta acceso il calcolatore, selezionare dal menù principale (in alto a sinistra) *Application* → *Education* → *plasduino*. Questo dovrebbe mostrare la finestra principale del programma di acquisizione. Per questa esperienza, tra la lista dei moduli, lanciate *Pendulum* (doppio click sulla linea corrispondente, oppure selezionate la linea stessa e premete *Open*).

Di norma al termine di ogni sessione di presa dati il programma vi chiede se volete salvare una copia del *file* dei dati in una cartella a vostra scelta (il che può essere comodo per l'analisi successiva). Se questa funzionalità dovesse essere disabilitata potete ri-abilitarla attraverso il menù di plasduino *Configuration* → *Change settings*: nella finestra che si apre selezionate il tab *daq* e abilitate l'opzione *prompt-save-dialog*.

```

1 # Programma di esempio per l'analisi del file prodotto dal modulo pendulum di plasduino
2 import pylab
3 from scipy.optimize import curve_fit
4
5 # Lettura del file di dati in ingresso (da modificare con il percorso al vostro file in ingresso).
6 t, T, Tr = pylab.loadtxt('data/pendulum.txt', unpack = True)
7
8 # Definizione della geometria del pendolo [cm] (da modificare con le vostre misure.
9 w = 2.4
10 l = 113.0
11 d = 115.0
12
13 # Calcolo di velocita' e angolo
14 v = (w/Tr)*(l/d)
15 Theta = pylab.arccos(1. - (v**2)/(2*980.*l))
16
17 # Funzioni di fit per velocita' e angolo
18 def f_v(x, v0, tau):
19     return v0*pylab.exp(-x/tau)
20
21 def f_Theta(x, p1, p2):
22     return 2*pylab.pi*pylab.sqrt(1/980.)*(1+ p1*(x**2) + p2*(x**4))
23
24 # Fit di V vs t
25 popt_v, pcov_v = curve_fit(f_v, t, v, pylab.array([500., 100.]))
26 v0_fit, tau_fit = popt_v
27 dv0_fit, dtau_fit = pylab.sqrt(pcov_v.diagonal())
28 print('v0 = %f +- %f cm/s' % (v0_fit, dv0_fit))
29 print('tau = %f +- %f s' % (tau_fit, dtau_fit))
30
31 # Plot di V vs t
32 pylab.figure(1)
33 pylab.xlabel('Tempo [s]')
34 pylab.ylabel('v [cm/s]')
35 pylab.grid(color = 'gray')
36 pylab.plot(t, v, '+', t, f_v(t, v0_fit, tau_fit))
37 pylab.savefig('pendolo_VvsT.png')
38
39 # Plot di T vs Theta e dei residui rispetto alla funzione attesa
40 pylab.figure(2)
41 pylab.subplot(211)
42 pylab.ylabel('Periodo [s]')
43 pylab.grid(color = 'gray')
44 pylab.plot(Theta, T, 'o', Theta, f_Theta(Theta, 1./16, 11./3072), 'r')
45 pylab.subplot(212)
46 pylab.xlabel('Angolo [rad]')
47 pylab.ylabel('Periodo data - modello [ms]')
48 pylab.plot(Theta, 1000*(T-f_Theta(Theta, 1./16, 11./3072)))
49 pylab.grid(color = 'gray')
50 pylab.savefig('pendolo_TvsTheta.png')
51
52 pylab.show()

```