

# OSCILLAZIONI FORZATE

## SOMMARIO

Lo scopo dell'esperienza è lo studio del fenomeno della risonanza.

## MATERIALE A DISPOSIZIONE

- Un pendolo dotato di smorzatore;
- un motorino collegato al pendolo tramite due molle;
- sistema di acquisizione per controllare il motorino e registrare la posizione del pendolo.

## MISURE DA EFFETTUARE ED ANALISI

L'equazione differenziale che descrive il moto di un pendolo fisico (in approssimazione di piccole oscillazioni) sollecitato da una forza esterna variabile in modo sinusoidale nel tempo è

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\gamma\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = F_0\cos(\omega t). \quad (1)$$

Nella (1)  $\omega_0$  è la pulsazione angolare propria (fissata) del pendolo, da non confondere con la pulsazione  $\omega$  (variabile) della forzante (cioè del motorino);  $\gamma$  è proporzionale alla forza di attrito che smorza il moto e  $F_0$  è proporzionale alla massima intensità della forza esterna.

Detta  $\omega_s$  è la pulsazione del moto armonico smorzato

$$\omega_s = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}, \quad (2)$$

la soluzione della (1) è data dalla somma di due termini—il primo smorzato esponenzialmente ed il secondo, alla pulsazione della forzante, non smorzato:

$$\theta(t) = C_1 e^{-\gamma t} \cos(\omega_s t + \phi_1) + C_2 \cos(\omega t + \phi_2). \quad (3)$$

Se aspettiamo sufficientemente a lungo il primo di questi due moti si smorza completamente e si ha:

$$\theta(t) = C_2 \cos(\omega t + \phi_2), \quad t \gg \frac{1}{\gamma}. \quad (4)$$

Sostituendo la soluzione (4) nella (1) si può calcolare la costante  $C_2$  come funzione di  $\omega$ :

$$C_2(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}. \quad (5)$$

## MISURA DELLO SMORZAMENTO

Si faccia oscillare il pendolo a motorino spento e si stimino (graficamente o mediante un *fit* analitico) i valori di  $\omega_0$  e  $\gamma$ . Per il *fit* analitico si può utilizzare il modello

$$\theta(t) = C_0 + C_1 e^{-\gamma t} \cos(\omega_s t + \phi_1), \quad (6)$$

in cui il termine  $C_0$  è necessario perché il riferimento per il sistema di acquisizione non coincide con la posizione di riposo dell'oscillatore.

## CURVA DI RISONANZA

Si metta il motorino in rotazione e si misuri l'ampiezza delle oscillazioni per varie pulsazioni  $\omega$  del motorino stesso. Si costruisca il grafico dell'ampiezza in funzione di  $\omega$  e verifichi quantitativamente l'accordo con la (5).

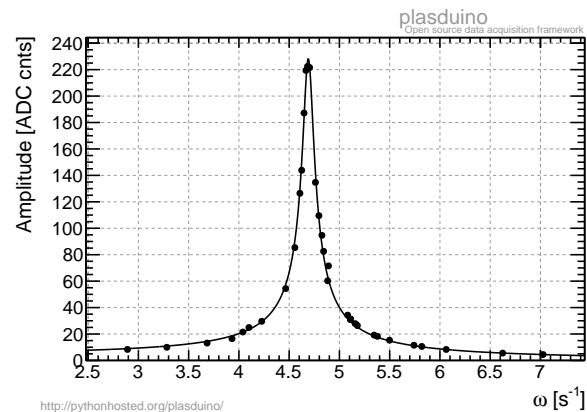


FIGURA 1: Esempio di curva di risonanza ottenuta con l'apparato sperimentale in uso per questa esperienza.

## CONSIDERAZIONI PRATICHE

Fissata la velocità del motorino, la pulsazione angolare e l'ampiezza di oscillazione si possono stimare entrambe dal grafico (con il *mouse* o facendo un *fit* analitico).

Per la curva di risonanza si consiglia di eseguire un buon numero di misure (20-30) allo scopo di campionare con sufficiente dettaglio la curva stessa, in particolar modo in prossimità del picco.

Per alcuni valori della velocità del motorino il sistema di fatto non va mai a regime. In questi casi non preoccupatevi troppo e cercate di selezionare un periodo di  $\sim 20$  s in cui l'ampiezza sia approssimativamente costante.

## NOTE SUL PROGRAMMA DI ACQUISIZIONE

Una volta acceso il calcolatore, selezionare dal menù principale (in alto a sinistra) *Application*  $\rightarrow$  *Education*  $\rightarrow$  *plasduino*. Questo dovrebbe mostrare la finestra principale del programma di acquisizione. Per questa esperienza, tra la lista dei moduli, lanciate *Pendulum Drive* (doppio click sulla linea corrispondente, oppure selezionate la linea stessa e premete *Open*).

Di norma al termine di ogni sessione di presa dati il programma vi chiede se volete salvare una copia del *file* dei dati in una cartella a vostra scelta (il che può essere comodo per l'analisi successiva). Se questa funzionalità dovesse essere disabilitata potete ri-abilitarla attraverso il menù di *plasduino Configuration*  $\rightarrow$  *Change settings*: nella finestra che si apre selezionate il tab *daq* e abilitate l'opzione *prompt-save-dialog*.