

# Neutrinos Massivos: Uma introdução

Sato, E.A.\* e Santos Filho, M.A.G.†  
Instituto de Física “Gleb Wataghin” - UNICAMP  
(Data: 21 de março de 2016)

**Resumo:** Neste trabalho temos como objetivo expor os mecanismos básicos utilizados para incluir a massa do neutrino no Modelo Padrão da Física de Partículas (MP), assim como introduzir o leitor aos experimentos atuais relacionados a massa do neutrino e os limites experimentais atuais.

**Palavras-chave:** Neutrinos, Neutrinos massivos, Oscilação de neutrinos, See-Saw.

**Abstrac:** Neste trabalho temos como objetivo expor os mecanismos básicos utilizados para incluir a massa do neutrino no Modelo Padrão da Física de Partículas (MP), assim como introduzir o leitor aos experimentos atuais relacionados a massa do neutrino e os limites experimentais atuais.

**Keywords:** Neutrinos, Massive neutrinos, Neutrino oscillation, See-Saw.

## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo introduzir o leitor as técnicas básicas para se estender o Modelo Padrão da Física de Partículas, (MP), de forma a acomodar neutrinos massivos. Além disso procuramos proporcionar uma visão simplificada do panorama experimental atual, tais como limites experimentais, metodologias fenomenológicas e como os dados das diferentes fontes coexistem neste panorama.

Para tal iremos assumir do leitor uma familiaridade com os conceitos básicos de física de partículas.<sup>1</sup>

## 2. MODELOS DE GERAÇÃO DE MASSA

Neutrinos massivos não são previstos pelo MP portanto este deve ser estendido de forma a acomodar esta nova informação. Seguindo o mesmo mecanismo que da massa aos léptons carregados, neutrinos podem ganhar massa através de um acoplamento de Yukawa após a quebra espontânea de simetria. Férmions que ganham massa através desse mecanismo são conhecidos como férmions de Dirac.

### 2.1. Neutrinos de Dirac

Acoplamentos de Yukawa são termos de uma lagrangeana que descrevem uma interação entre campos fermiônicos e campos escalares ( $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -g\bar{\psi}^i\psi^j\phi$ ). Sabemos, devido a equação de Dirac, que o termo de massa de uma lagrangeana para férmions é uma interação entre seus campos de mão esquerda e direita

( $\mathcal{L}_{\text{massa}} = -m\bar{\psi}_L\psi_R + \text{h.c.}$ ), assim sendo, após a quebra espontânea de simetria, o acoplamento de Yukawa entre campos fermiônicos de mão-esquerda e direita com o campo de Higgs torna-se um termo de massa. Este mecanismo é necessário pois um termo de massa anterior a quebra de simetria não é permitido devido ao grupo de gauge pelo MP ( $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ). Note que os neutrinos do MP possuem apenas componente de mão-esquerda ( $\nu_L^\alpha$ ), que vem do dubleto leptônico ( $\chi^{\alpha L} = (\nu^{\alpha L}, \ell^{\alpha L})^T$ ), assim basta supor a existência de uma componente de mão direita ( $\nu_R^\alpha$ ) para garantir a existência do acoplamento de Yukawa.

$$\mathcal{L}_{\text{ext}} = \mathcal{L}_{MP} + \sum_{\alpha} i\bar{\nu}^{\alpha R}\not{D}\nu^{\alpha R} - \sum_{\alpha,\beta} \left( \bar{\chi}_L^{\alpha} \lambda_{\alpha\beta} \tilde{\Phi} \nu_R^{\beta} + \text{h.c.} \right) \quad (2.1)$$

Onde  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$  indicam o sabor do neutrino,  $\tilde{\Phi} = -i\sigma_2\Phi = ((\phi^0)^*, \phi^-)^T$  é o conjugado do dubleto de Higgs do MP,  $\mathcal{L}_{MP}$  é a lagrangeana do MP e  $\lambda_{\alpha\beta}$  é a constante de acoplamento. Assim após a quebra espontânea de simetria, os acoplamentos de Yukawa tornam-se termos de massa.

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = -v\lambda_{\alpha\beta}\bar{\nu}_L^{\alpha}\nu_R^{\beta} = -M_{\alpha\beta}\bar{\nu}_L^{\alpha}\nu_R^{\beta} \quad (2.2)$$

Assim a massa dos neutrinos é dada pelos autovalores de  $M_{\alpha\beta} = v\lambda_{\alpha\beta}$ , onde  $v \approx 174$  GeV é o valor esperado do vácuo.

### 2.2. Férmions de Majorana

O modelo de neutrinos de Dirac funciona, mas gera uma dúvida: por que a massa do neutrino é tão pequena comparada aos demais férmions? Supondo que o mecanismo funcione, o acoplamento de Yukawa deve variar diversas ordens de grandeza para englobar a massa do quark top ( $\approx 173$  GeV [3]) e a dos neutrinos ( $< 0.23$  eV, considerando o limite cosmológico [4])!

Existem mecanismos alternativos para a geração de massa dos neutrinos, mas para entendê-los é preciso saber o que são férmions de Majorana. Sabemos que os

\* easato@ifi.unicamp.br

† malberto@ifi.unicamp.br

<sup>1</sup> Uma boa base para o que vai ser assumido do leitor pode ser encontrado na referência [1]. Também é recomendado que o leitor tenha um bom conhecimento de mecânica quântica, caso seja necessário recomendamos consultar a referência [2].

campos da nossa teoria devem ser invariantes as transformações do grupo de Lorentz ( $SO(3,1)$ ) [5]. Os geradores do grupo de Lorentz são os Boosts ( $K_i$ ) e as rotações ( $J_i$ ), onde os comutadores da álgebra de Lie são:

$$[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk}J_k \quad (2.3a)$$

$$[K_i, K_j] = i\epsilon_{ijk}J_k \quad (2.3b)$$

$$[J_i, K_j] = -i\epsilon_{ijk}K_k \quad (2.3c)$$

Definimos então os geradores hermitianos  $A_i = \frac{1}{2}(J_i + iK_i)$  e  $B_i = \frac{1}{2}(J_i - iK_i)$ . Usando as equações em (2.3), chegamos as seguintes relações de comutação:

$$[A_i, A_j] = i\epsilon_{ijk}A_k \quad (2.4a)$$

$$[B_i, B_j] = i\epsilon_{ijk}B_k \quad (2.4b)$$

$$[A_i, B_j] = 0 \quad (2.4c)$$

Perceba que estes operadores pertencem a álgebras independentes! Além disso (2.4a) e (2.4b) caracterizam álgebras  $SU(2)$ . Assim temos que  $SO(3,1)$  é localmente isomorfo a  $SU(2) \otimes U(2)$  [5] e podemos usar uma representação de spin do grupo  $SU(2)$  que é caracterizada por um número semi inteiro, como é familiar dos cursos de mecânica quântica [2]. Logo podemos caracterizar como um campo se transforma no grupo de Lorentz por um par de números semi inteiros (a,b). A representação trivial (0,0) representa os campos escalares, pois eles são invariantes as transformações  $A_i$  e  $B_i$  (e consequentemente por rotações e boosts). A representação não trivial mais simples é  $(\frac{1}{2}, 0)$ , onde os geradores são representados pelas matrizes de Pauli.

$$\begin{cases} A_i &= \frac{1}{2}\sigma_i \\ B_i &= 0 \end{cases} \implies \begin{cases} J_i &= \frac{1}{2}\sigma_i \\ iK_i &= \frac{1}{2}\sigma_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Objetos que se transformam por esta representação do grupo de Lorentz são chamados *Espinores de Weyl*.

$$\xi \rightarrow e^{-\frac{i}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{\theta}}\xi \quad (2.6a)$$

$$\xi \rightarrow e^{\frac{1}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{\eta}}\xi \quad (2.6b)$$

Onde  $\vec{\theta}$  são os ângulos de Euler e  $\vec{\eta}$  é a rapidez. As soluções da equação de Dirac comumente encontradas em livros-texto são biespinores de Dirac [6, 7] (ou simplesmente, espinores de Dirac) e podem ser representados por um par de espinores de Weyl. Suponha  $\xi$  e  $\omega$  dois espinores de Weyl, logo estes se transformam sobre a representação  $(\frac{1}{2}, 0)$  do grupo de Lorentz. Suponha também que eles se transformam sobre uma transformação de Gauge como a seguir:

$$\xi \rightarrow U\xi \quad (2.7a)$$

$$\omega \rightarrow U^*\omega \quad (2.7b)$$

é bastante simples provar que  $\omega^T(i\sigma_2)\xi$  e seu hermitiano conjugado são simultaneamente invariantes de

Lorentz e de Gauge. Assim podemos definir um espinor de Dirac a partir desses espinores da seguinte forma  $\psi \equiv (\xi, i\sigma_2\omega^*)^T$ , pois o termo de massa será:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{massa}} &= -m\bar{\psi}\psi \\ &= -m(\omega^T(i\sigma_2)\xi + \text{h.c.}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Onde  $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$  e estamos usando a representação quirral das matrizes de Dirac:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Lembrando dos operadores de projeção quirral  $P_{(L,R)} = \frac{1 \mp \gamma^5}{2}$ , podemos identificar os campos de mão esquerda e direita:

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ i\sigma_2\omega^* \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Vemos que os campos esquerdo e direito são dependentes de espinores de Weyl diferentes e o único vínculo entre eles é o termo de massa. Podemos propor então um objeto mais simples que o espinor de Dirac, construído a partir de um único espinor de Weyl.

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \xi \\ i\sigma_2\xi \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Este objeto é chamado de espinor de Majorana [5], seu termo de massa  $\mathcal{L}_{\text{massa}} = -\frac{1}{2}m\bar{\psi}_M\psi_M = \frac{m}{2}(\xi^T(i\sigma_2)\xi - \xi^\dagger(i\sigma_2)\xi^*)$  é um invariante de Lorentz, porém como o espinor de Majorana não pode satisfazer uma condição equivalente a equação (2.7), temos que todas as cargas referentes a simetrias de gauge não quebradas devem ser nulas, ou estas simetrias seriam violadas. Isto implica que a única partícula que pode ser descrita por um espinor de Majorana é o neutrino. Uma característica fundamental do espinor de Majorana é que ele descreve partículas que são suas próprias antipartículas, pois:

$$\begin{aligned} (\Psi_M)^c &\equiv C\gamma_0\Psi_M^* \\ &= \begin{pmatrix} -i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^* \\ i\sigma_2\xi \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \xi \\ i\sigma_2\xi^* \end{pmatrix} \\ &= \Psi_M \end{aligned} \quad (2.12)$$

### 2.3. Operador de Weinberg

Como dito na seção anterior, uma partícula de Majorana só pode ter massa caso tenha todas as cargas nulas. A implicação mais direta é que caso o neutrino seja Majorana, seu termo de massa não pode existir antes da quebra espontânea de simetria pois o neutrino possui

hipercarga  $Y = -1$ . Note que não podemos usar um simples acoplamento de Yukawa para gerar o termo de massa, pois  $(\overline{\chi^c} \chi \phi)$  não conserva hipercarga. A lagrangeana mais simples para gerar um termo de massa de Majorana com os dubletos do MP é o conhecido operador de Weinberg [8]:

$$\mathcal{L}_{\text{Weinberg}} = \frac{1}{\Lambda} (\overline{\chi_L^c} \tilde{\Phi}) (\chi_L \tilde{\Phi}) \quad (2.13)$$

Notamos que este operador tem dimensão  $M^5$ , pois  $[\chi_L] = M^{\frac{3}{2}}$  e  $[\phi] = M^1$  e isto implica que este operador não é renormalizável [7] e pode somente representar um termo de uma lagrangeana efetiva, além disso este termo é suprimido pela escala de energia  $\Lambda$ . Como observado por E. Ma [9], a busca do operador de Weinberg resume todos os modelos de neutrinos massivos com conteúdo de partículas leves igual ao do MP. Podemos então pro-

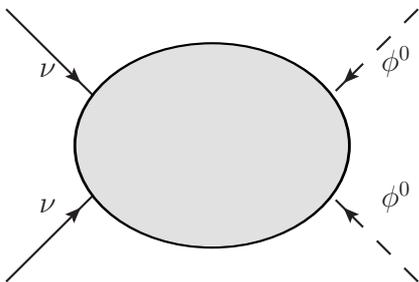


Figura 1. Diagrama de Feynman genérico para o operador de Weinberg

por uma extensão do MP, onde adicionamos partículas extras que atuam como propagadores nas interações entre dubletos leptônicos e campos escalares, de forma que a baixas energias obtemos a lagrangeana efetiva de Weinberg, os chamados mecanismos *seesaw*. Neste artigo nos concentraremos nos propagadores que podem mediar estas reações em nível de árvore.

#### 2.4. Mecânismo seesaw

O nome *seesaw* vem do inglês e significa gangorra, a origem deste termo é a seguinte: Ao propor uma ou mais partículas para estender o MP, temos que  $\Lambda \propto M$ , onde  $M$  é massa da partícula proposta. Assim os neutrinos são leves pois a escala de massa está sendo suprimida pelo valor da massa de nossa nova partícula e esta não recebe massa via acoplamentos de Yukawa. Este fato ficará mais claro nas seções seguinte.

Algumas perguntas a se fazer são:

- Qual partícula adicionar ao MP?
- Posso adicionar qualquer partícula?

De fato não podemos adicionar qualquer partícula, pois se as anomalias triangulares não se cancelarem a teoria não

Tabela I. Decomposição de Clebesh-Gordan para a soma de isospins de dubletos fermionicos.

$(\chi^\alpha)^C, \chi^\beta$	$I_3 = 1$	$I_3 = 0$	$I_3 = -1$
$I = 0$	—	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( (\nu^\alpha)^C l^\beta - (l^\alpha)^C \nu^\beta \right)$	—
$I = 1$	$(\nu^\alpha)^C \nu^\beta$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( (\nu^\alpha)^C l^\beta + (l^\alpha)^C \nu^\beta \right)$	$(l^\alpha)^C l^\beta$

Tabela II. Decomposição de Clebesh-Gordan para a soma de isospins de um dubleto fermionico e um escalar.

$(\chi^\alpha), \phi$	$I_3 = 1$	$I_3 = 0$	$I_3 = -1$
$I = 0$	—	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( (\nu^\alpha) \phi^0 - (l^\alpha) \phi^- \right)$	—
$I = 1$	$(\nu^\alpha) \phi^-$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \left( (\nu^\alpha) \phi^0 + (l^\alpha) \phi^- \right)$	$(l^\alpha) \phi^0$

é consistente. Isto gera regras de seleção para os férmions como  $\sum_i Y_i = 0$  e  $\sum_i Y_i^3 = 0$ . Não nos preocuparemos com possíveis anomalias geradas pelos modelos *seesaw* pois foge ao objetivo deste artigo, para uma discussão detalhada veja [10].

Vamos usar as seguintes considerações [7]:

- Um termo de lagrangeana renormalizável deve ter dimensão  $M^4$
- Um termo de lagrangeana deve ser invariante (i.é, transformar-se como escalar) sobre transformações de gauge.

Para encontrar os possíveis termos invariantes vamos calcular os elementos do espaço gerado através do produto tensorial de dois dubletos fermiônicos na representação de isospin total. Este problema é equivalente ao da soma de momento angular bastante conhecido dos cursos de mecânica quântica [2], assim utilizando decomposição de Clebesh-Gordan (veja tabelas I e II) é fácil encontrar que teremos um tripleto de estados simétricos e um singleto de estados anti-simétricos  $(2; -1) \otimes (2; -1) = (3; -2) \oplus (1; -2)$ . Analogamente para o espaço gerado por um dubleto fermiônico e um dubleto escalar teremos um espaço composto de um tripleto e um singleto  $(2; -1) \otimes (2; 1) = (3; 0) \oplus (1; 0)$ . Vendo como estes elementos se transformam basta propor uma partícula que se transforme de maneira contrária, assim o acoplamento se comportará como um escalar. Por análise dimensional conseguimos inferir se a partícula proposta deve ser um bóson ou férmion. Note que para o singleto da tabela I não é possível propor um acoplamento renormalizável que gere o operador de Weinberg em nível de árvore, porém existem teorias de geração de massa com loops que usam esta combinação. Os tipos de partículas propostas classificam os modelos *seesaw* como tipo I, II e III.

### 2.4.1. Seesaw tipo I

No modelo *seesaw* tipo I adicionamos singletos fermiônicos ( $N_R \sim (1, 1, 0)$ , i.e. singletos para  $SU(3)_c$  e  $SU(2)_L$  e com hipercarga nula) ao MP conhecidos como neutrinos estéreis. Estas partículas são ditas estéreis pois não realizam interações fracas, fortes ou eletromagnéticas, assim seus efeitos podem ser vistos apenas por acoplamentos de Yukawa (e possivelmente por interação gravitacional). Para garantir que os três neutrinos ativos (nome usado para diferenciar os neutrinos do MP dos neutrinos estéreis) possuam massa devemos adicionar ao menos três neutrinos estéreis (ver apêndice A).

A lagrangeana para este modelo é:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{seesaw\ I} = & \mathcal{L}_{MP} + i \left( \sum_{\alpha} \overline{N_R^{\alpha}} \not{\partial} N_R^{\alpha} \right) \\ & - \frac{1}{2} M_{\alpha} \overline{(N_R^{\alpha})^C} N_R^{\alpha} \\ & - \lambda_{\alpha\beta} \overline{(\chi_L^{\alpha})^C} \tilde{\Phi} N_R^{\beta} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Assim podemos construir o operador de Weinberg da seguinte forma: Após a quebra de simetria o termo de

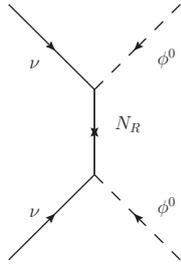


Figura 2. Operador de Weinberg através do mecanismo *seesaw* tipo I.

Yukawa torna-se  $\mathcal{L}_{Yukawa} = -\lambda_{\alpha\beta} v \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} N_R^{\beta}$ , assim o vértice do diagrama de Feynman é proporcional a  $\lambda v$ . Além disso o propagador de um férmion com massa  $M$  é [6]:

$$S(q) = \frac{i\not{q} + M}{q^2 - M^2} \quad (2.15)$$

onde  $q$  é o momento transferido.

A grande idéia por trás do mecanismo *seesaw* é assumir que as novas partículas são pesadas, assim para  $q \ll M$ :

$$S(q) \approx -\frac{1}{M} \quad (2.16)$$

Calculando então o diagrama da figura 2, temos:

$$\begin{aligned} -i|\mathcal{M}| = & \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} (i\lambda_{\alpha j} v) \left( \int d^4 q \frac{i\not{q} + M_j}{q^2 - M_j^2} \right) (i\lambda_{\beta j} v) \nu_L^{\beta} \\ \approx & i \frac{\lambda_{\alpha j} \lambda_{\beta j} v^2}{M_j} \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} \nu_L^{\beta} \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde  $j = 1, 2, 3$ , é um índice que diferencia os neutrinos estéreis adicionados ao modelo. Podemos escrever uma

lagrangeana efetiva para esse diagrama se o enxergamos como uma interação de quatro partículas.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{efet}} = & -\frac{\lambda_{\alpha j} \lambda_{\beta j} v^2}{M_j} \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} \nu_L^{\beta} \\ = & \left( \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} \quad \overline{(\nu_L^{\mu})^C} \quad \overline{(\nu_L^{\tau})^C} \right) m_D M^{-1} m_D^T \begin{pmatrix} \nu_L^{\epsilon} \\ \nu_L^{\mu} \\ \nu_L^{\tau} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Onde  $m_D \equiv v\lambda$  e  $M = \text{Diag}(M_1, M_2, M_3)$ . Assim basta diagonalizar a matriz  $M_{\text{efetivo}} = m_D M^{-1} m_D^T$  para encontrar os autoestados de massa dos neutrinos e seus respectivos autovalores.

### 2.4.2. Seesaw tipo II

No mecanismo *seesaw* tipo II adicionamos um tripleto escalar  $\hat{\Delta} = (\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0)^T \sim (1, 3, 2)$  ao modelo. Por simplicidade de notação definiremos a seguinte matriz simétrica:

$$\Delta = \left( \frac{\sigma_{-}}{\sqrt{2}}, 1, \frac{\sigma_{+}}{\sqrt{2}} \right), \quad \hat{\Delta}\sigma_1 = \begin{pmatrix} \Delta^0 & \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \\ \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

onde  $\sigma_{\pm} = \frac{\sigma_1 \pm i\sigma_2}{2}$ . Podemos então escrever a lagrangeana do modelo como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{seesaw\ II} = & \text{Tr} \left[ (D_{\mu} \Delta)^{\dagger} (D^{\mu} \Delta) \right] \\ & + M_{\Delta}^2 \text{Tr} [\Delta^{\dagger} \Delta] - f_{\alpha\beta} \overline{(\chi_L^{\alpha})^C} \Delta \chi_L^{\beta} \\ & - \mu \tilde{\Phi}^T \Delta \tilde{\Phi} + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Então o diagrama para o operador de Weinberg será:

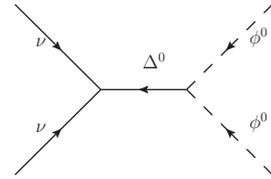


Figura 3. Operador de Weinberg através do mecanismo *seesaw* tipo II.

Note que o acoplamento do  $\Delta$  com o dubleto de Higgs tem unidade de massa  $[\mu] = M$ . Calculando agora o propagador de  $\Delta$  [6]:

$$S(q) = \frac{1}{q^2 - M^2} \approx -\frac{1}{M^2} \quad (2.21)$$

Assim com análise análoga a seção anterior encontramos:

$$\mathcal{L}_{\text{efet}} = -\frac{f_{\alpha\beta} \mu v^2}{M_{\Delta}^2} \overline{(\nu_L^{\alpha})^C} \nu_L^{\beta} \quad (2.22)$$

Percaba que diferentemente do *seesaw* tipo I, foi necessário somente a adição de um único tripleto para gerar uma matriz de massa não degenerada. Além disso o acoplamento  $\mu$  influencia de forma linear, então podemos exigir do modelo uma escala de massa menor que a do *seesaw* tipo I se este acoplamento for pequeno.

### 2.4.3. Seesaw tipo III

A última possibilidade para gerar a massa dos neutrinos em nível de árvore é a adição de um tripleto fermiônico  $\hat{\Sigma} = (\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-) \sim (1, 3, 0)$ . Novamente por conveniência definimos a seguinte matriz:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} & \Sigma^+ \\ \Sigma^- & -\frac{\Sigma^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

A lagrangeana do modelo é:

$$\mathcal{L}_{seesaw \text{ III}} = \text{Tr} [\bar{\Sigma} i \not{D} \Sigma] - \frac{1}{2} \text{Tr} [\bar{\Sigma} M_{\Sigma} \Sigma^c + \text{h.c.}] - \sqrt{2} \bar{\Sigma} \lambda_{\Sigma} \tilde{\Phi} + \text{h.c.} \quad (2.24)$$

Então o diagrama do operador de Weinberg será como mostrado na figura 4: Note que este diagrama é equiva-

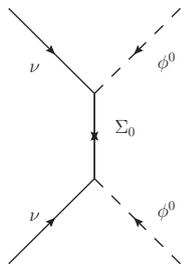


Figura 4. Operador de Weinberg através do mecanismo *seesaw* tipo III.

lente ao do modelo *seesaw* tipo I, logo a massa efetiva será a mesma:

$$M_{\text{efetivo}} = v^2 Y_{\Sigma} M_{\Sigma}^{-1} Y_{\Sigma}^T \quad (2.25)$$

Apesar da extrema similaridade com o mecanismo *seesaw* tipo I, existem algumas diferenças fundamentais, como o fato do tripleto fermiônico se acoplar com os bósons de interação fraca.

### 2.4.4. Comentário sobre outros modelos

Os modelos apresentados são apenas os mais simples para geração de massa em nível de árvore, porém existem outros mais complexos, por exemplo, podemos adicionar tripletos escalares e singletos fermiônicos ao mesmo tempo ao modelo (*seesaw* tipo I+II), adicionar quantidades maiores de partículas, tentar realizar o operador de

Weinberg em nível de loop e assim por diante. Mas os modelos vistos nessa sessão são suficientes para introduzir massa aos neutrinos do MP de forma natural, visto que explicam a enorme diferença de escalas entre a massa dos neutrinos e a dos demais férmions de Dirac.

## APÊNDICE A: MODELO SEESAW TIPO I COM (3+1) NEUTRINOS

Vamos fazer o cálculo analítico da massa gerada com a adição de uma família de neutrinos estéreis ao MP. Após a quebra espontânea de simetria, temos:

$$\mathcal{L} \supset i \bar{N}_R \not{D} N_R - M \overline{(N_R)^c} N_R - \lambda_{\alpha} v \overline{(\nu_L^{\alpha})^c} N_R \quad (2.26)$$

onde  $\lambda_{\alpha}$  é o acoplamento de Yukawa para cada sabor de neutrino.

Definimos agora  $(m_D)_{\alpha} = v \lambda_{\alpha} = (m_e, m_{\mu}, m_{\tau})^T$  como a matriz de massa de Dirac, pois este tem elementos análogos ao modelo de neutrinos de Dirac. Em notação matricial temos:

$$-\mathcal{L} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_e & \bar{\nu}_{\mu} & \overline{(N_R)^c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & m_e \\ 0 & 0 & 0 & m_{\mu} \\ 0 & 0 & 0 & m_{\tau} \\ m_e & m_{\mu} & m_{\tau} & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_{\mu} \\ \nu_{\tau} \\ N_R \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Fica bastante claro que a base de sabor não é uma base de autoestados de massa, pois a matriz da equação 2.27 não está diagonalizada. Vamos diagonalizar esta matriz, encontrando os autoestados de massa dos neutrinos e suas respectivas massas. O polinômio característico da matriz de massa é:

$$P(\lambda) = \lambda^4 - M\lambda^3 - \lambda^2 m_D^2 \quad (2.28)$$

$$\lambda^2 [\lambda^2 - M\lambda - m_D^2] \quad (2.29)$$

logo os autovalores são:

$$\lambda_1 = 0 \quad (2.30)$$

$$\lambda_2 = 0 \quad (2.31)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{2} \left( M - \sqrt{M^2 + 4m_D^2} \right) \quad (2.32)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{2} \left( M + \sqrt{M^2 + 4m_D^2} \right) \quad (2.33)$$

Supondo que  $M \gg m_D^2$  os autovalores não nulos se resumem a:

$$\lambda_3 = \frac{-m_D^2}{M} + O(m_D^4) \quad (2.34)$$

$$\lambda_4 = M + O(m_D^2) \quad (2.35)$$

Calculando os autoestados associados a esses autovalores na base de sabor temos:

$$\nu_3 = \begin{pmatrix} \frac{2m_e}{M - \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ \frac{2m_{\mu}}{M - \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ \frac{2m_{\tau}}{M - \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{-4m_e M}{m_D^2} \\ \frac{-4m_{\mu} M}{m_D^2} \\ \frac{-4m_{\tau} M}{m_D^2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Normalizando  $\nu_3$ :

$$\nu_3 \approx \begin{pmatrix} \frac{m_e}{M} \\ \frac{m_\mu}{M} \\ \frac{m_\tau}{M} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$\nu_4 = \begin{pmatrix} \frac{2m_e}{M + \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ \frac{2m_\mu}{M + \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ \frac{2m_\tau}{M + \sqrt{M^2 + m_D^2}} \\ 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \frac{m_e}{M} \\ \frac{m_\mu}{M} \\ \frac{m_\tau}{M} \\ 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = N_R \quad (2.38)$$

Assim o neutrino estéril não é afetado, porém uma combinação de sabor dos neutrinos ativos  $\nu_3$  ganhou massa igual a  $\frac{m_D^2}{M}$ . Para que hajam outros neutrinos no auto-estado de massa não degenerados é necessário adicionar mais neutrinos estéreis ao MP, garantindo a existência de graus de liberdade adicionais.

- 
- [1] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Physics textbook. Wiley, 2008.
  - [2] J.J. Sakurai and S. F. Tuan. *Modern Quantum Mechanics*. Benjamin-Cummings Publishing Co., Subs. of Addison Wesley Longman, 1985.
  - [3] K.A. Olive *et al.* (Particle Data Group). The review of particle physics. *Chin. Phys. C*, 38, 2015.
  - [4] P.A.R. Ade *et al.* (Planck Collaboration). Planck 2015 results. xiii. cosmological parameters. *ArXiv : astro-ph.CO*, 1502.01589, 2015.
  - [5] S. Willenbrock. Symmetries of the standard model. *ArXiv : hep-ph*, 0410370v2, 2004.
  - [6] Francis Halzen and Alan D. Martin. *Quarks & Leptons*. John Wiley & Sons, New York, 1984.
  - [7] Michael E. Peskin and Dan V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, Massachusetts, 1995.
  - [8] S. Weinberg. Baryon- and lepton-nonconserving processes. *Phys.Rev.Lett.*, 43(21), 1979.
  - [9] E. Ma. Pathways to naturally small neutrino masses. *Phys.Rev.Lett.*, 81(6), 1998.
  - [10] L. M. N. Cebola. Gauge anomalies and neutrino seesaw models. *CERN - THESIS*, 356, 2013.