

knihy
Biomechanika

V práci [165] je předložena aplikace metody konečných elementů pro popis prostorové napjatosti v okolí krčku zatížené stehenní kosti a pro některé typy náhrad kyčelního kloubu při různém způsobu jejich upevnění ve stehenní kosti. Kostní tkáň je považována za homogenní a izotropní materiál s různým modulem pružnosti: $E_1 = 1,45 \cdot 10^3$ MPa, $E_2 = 1,21 \cdot 10^3$ MPa, $E_3 = 0,97 \cdot 10^3$ MPa, $E_4 = 0,39 \cdot 10^3$ MPa, $E_5 = 0,485 \cdot 10^3$ MPa, $E_6 = 0,728 \cdot 10^3$ MPa a $E_7 = 14,5 \cdot 10^3$ MPa (obr. 2.69-bar. příl.) Je použito čtyřtěstů s vloženými stykovými body. Pole posuvů je aproximováno kvadratickým polynomem. Celkový počet stupňů volnosti je cca $3 \cdot 10^3$. Výpočtový model je uveden na obr. 2.70. Tlakové zatížení kloubu činí 1 750 N a tah svalu působícího na velký chocholík (trochanter major) je 1 300 N. Pro zkrácení výpočtových časů se předpokládá, že svíslá rovina procházející osou krčku, je rovinou symetrie kosti stehenní. Na obr. 2.71 jsou vyneseny průběhy normálních napětí vztažených k vnějším povrchovým vláknům kompaktní kosti.

prednáška
↓

2.6.3.2. Analýza namáhání meziobratlové ploténky při osovém zatížení

V posledních letech je významná pozornost věnována biomechanice páteře, zejména její bederní části. Souhrnný popis mechanické odezvy páteře přispěje nejen k poznání vlivu gravitačního přetížení těla na deformabilitu meziobratlové ploténky, ale rovněž k přípravě a návrhu vhodných náhrad obratle a meziobratlové ploténky. Toto studium je důležité i proto, že poruchy bederní páteře způsobují asi u 7 % populace dlouhodobé vyřazení z pracovní činnosti. Porozumění mechanickým vlastnostem meziobratlové ploténky je rovněž závažné i v řadě lékařských problémů. Mezi ně patří studium vzniku a vývoje degenerace ploténky a jejich poruch, posuv ploténky a studium vzniku i korekce deformability páteře.

Páteř člověka sestává ze sedmi obratlů krčních, značených C1 až C7, dvanácti obratlů hrudních (T1 až T12), pěti obratlů bederních (L1 až L5), pěti obratlů křížových (S1 až S5) srůstajících v kost křížovou a čtyř až pěti obratlů kostrčních (Co1 až Co4/5), splývajících v kost kostrční.

Tělo obratle (corpus vertebrae) je mohutnější část obratle. Je to v podstatě nízký válec, zakončený dvěma téměř rovnými ploškami, na které je připojena chrupavčitá meziobratlová ploténka (discus intervertebralis), která se tvarově shoduje s těmito ploškami. Plotének je celkem 23. Každá ploténka má okrajové vrstvičky hyalinní (sklovité) chrupavky, které přiléhají ke kosti těl obou obratlů. Obvod ploténky tvoří prstenec vazivový (annulus fibrosus), složený z lamel kolagenních fibril. Uvnitř každé ploténky je vodnaté jádro (nucleus pulposus), jež má kulovitý tvar a je málo stlačitelné. Jádro je nahoře i dole ohraničeno deskovitou chrupavkou a na obvodu vazivovým prstencem. Obsah vody v jádru se mění od 88 % při narození do 69 % ve stáří 77 let. Jádro je nosným prvkem a tvoří jakési ložisko, kolem kterého se obratle otáčejí. Tloušťka meziobratlových plotének roste shora

dolů a tvoří jednu ploténku jsou při

Oblouk obratle obratlový (foram) otvorů kanál páteře nastavení obratlové, kterými vy

Výběžky (pro Celkem je jich s výběžky příčné (articularis). Pos a příčné jsou m podélně poutají sousedních obra

Páteř není ro s rovinou, která v rovině sagitál jsou v krajině v oblasti krční bederní v kyfózi (rium). K vytv destičky. Naro jednolitý kyfot

Ve frontální skoliózou páte a bederní je p

Mnohé prác zatížení, zejmé jde o zdravou relativních úh stejný. Vzrůstá nastává mezi předklonu byl Například vzá (2—13) let, 9 let. Z provede rozsah pohyb pootočení be (34 až 49) let 7,6° a mezi l

Zajímavé páteře. Jsou

knihy
Biomechanika

V práci [165] je předložena aplikace metody konečných elementů pro popis prostorové napjatosti v okolí krčku zatížené stehenní kosti a pro některé typy náhrad kyčelního kloubu při různém způsobu jejich upevnění ve stehenní kosti. Kostní tkáň je považována za homogenní a izotropní materiál s různým modulem pružnosti: $E_1 = 1,45 \cdot 10^3$ MPa, $E_2 = 1,21 \cdot 10^3$ MPa, $E_3 = 0,97 \cdot 10^3$ MPa, $E_4 = 0,39 \cdot 10^3$ MPa, $E_5 = 0,485 \cdot 10^3$ MPa, $E_6 = 0,728 \cdot 10^3$ MPa a $E_7 = 14,5 \cdot 10^3$ MPa (obr. 2.69-bar. příl.) Je použito čtyřstěnnů s vloženými stykovými body. Pole posuvů je aproximováno kvadratickým polynomem. Celkový počet stupňů volnosti je cca $3 \cdot 10^3$. Výpočtový model je uveden na obr. 2.70. Tlakové zatížení kloubu činí 1 750 N a tah svalu působícího na velký chocholík (trochanter major) je 1 300 N. Pro zkrácení výpočtových časů se předpokládá, že svislá rovina procházející osou krčku, je rovinou symetrie kosti stehenní. Na obr. 2.71 jsou vyneseny průběhy normálních napětí vztažených k vnějším povrchovým vláknům kompaktní kosti.

prednáška
↓

2.6.3.2. Analýza namáhání meziobratlové ploténky při osovém zatížení

V posledních letech je významná pozornost věnována biomechanice páteře, zejména její bederní části. Souhrnný popis mechanické odezvy páteře přispěje nejen k poznání vlivu gravitačního přetížení těla na deformabilitu meziobratlové ploténky, ale rovněž k přípravě a návrhu vhodných náhrad obratle a meziobratlové ploténky. Toto studium je důležité i proto, že poruchy bederní páteře způsobují asi u 7 % populace dlouhodobé vyřazení z pracovní činnosti. Porozumění mechanickým vlastnostem meziobratlové ploténky je rovněž závažné i v řadě lékařských problémů. Mezi ně patří studium vzniku a vývoje degenerace ploténky a jejich poruch, posuv ploténky a studium vzniku i korekce deformability páteře.

Páteř člověka sestává ze sedmi obratlů krčních, značených C1 až C7, dvanácti obratlů hrudních (T1 až T12), pěti obratlů bederních (L1 až L5), pěti obratlů křížových (S1 až S5) srůstajících v kost křížovou a čtyř až pěti obratlů kostrčních (Co1 až Co4/5), splývajících v kost kostrční.

Tělo obratle (corpus vertebrae) je mohutnější část obratle. Je to v podstatě nízký válec, zakončený dvěma téměř rovnými ploškami, na které je připojena chrupavčitá meziobratlová ploténka (discus intervertebralis), která se tvarově shoduje s těmito ploškami. Plotének je celkem 23. Každá ploténka má okrajové vrstvičky hyalinní (sklovité) chrupavky, které přiléhají ke kosti těl obou obratlů. Obvod ploténky tvoří prstenec vazivový (annulus fibrosus), složený z lamel kolagenních fibril. Uvnitř každé ploténky je vodnaté jádro (nucleus pulposus), jež má kulovitý tvar a je málo stlačitelné. Jádro je nahoře i dole ohraničeno deskovitou chrupavkou a na obvodu vazivovým prstencem. Obsah vody v jádru se mění od 88 % při narození do 69 % ve stáří 77 let. Jádro je nosným prvkem a tvoří jakési ložisko, kolem kterého se obratle otáčejí. Tloušťka meziobratlových plotének roste shora

dolů a tvoří jednu ploténku jsou při

Oblouk obratlový (foram) otvorů kanál páteřní nastavení obratlové, kterými vy

Výběžky (pro) Celkem je jich s výběžky příčné (articularis). Pos a příčné jsou m podélně poutají sousedních obra

Páteř není rovinou, která v rovině sagitální jsou v krajně v oblasti krční bederní v kyfózi (riem). K vytváření destičky. Narozjednotlivý kyfot

Ve frontální skolióze páteř a bederní je p

Mnohé práce zatížení, zejména jde o zdravou relativních úhlnostejný. Vzárost nastává mezi předklonou byl Například vzrost (2—13) let, 9 let. Z provedení rozsah pohybů pootočení bederní (34 až 49) let 7,6° a mezi l

Zajímavé páteře. Jsou

dolů a tvoří jednu pětinu až jednu čtvrtinu z celkové délky páteře. K meziobratlové ploténce jsou připojeny dva podélné vazy.

Oblouk obratlový (arcus vertebralis) spolu s tělem obratle uzavírají otvor obratlový (foramen vertebrale). Nastavením obratlů na sebe vzniká z jednotlivých otvorů kanál páteřní (canalis vertebralis), ve kterém je ukryta mícha hřbetní. Při nastavení obratlů na sebe vznikají tím mezi sousedními oblouky otvory meziobratlové, kterými vystupují míšní nervy.

Výběžky (processus) jsou připojeny k oblouku a slouží k pohyblivosti obratle. Celkem je jich sedm. Dozadu míří výběžek trnový (processus spinosus), do stran výběžky příčné (processus transversus) a nahoru a dolů výběžky kloubní (processus articularis). Poslední uskutečňují kloubní spojení mezi obratli. Výběžky trnové a příčné jsou místem pro úpon svalů a vazů. Vazy páteře zahrnují dlouhé vazy, podélné poutající prakticky celou páteř a krátké vazy, spojující oblouky a výběžky sousedních obratlů.

Páteř není rovný sloupec. Je zakřivena v rovině sagitální (rovinu rovnoběžnou s rovinou, která půlí tělo na dvě poloviny) i v rovině frontální (čelní). Zakřivení v rovině sagitální má tvar dvojitého S. Konvexní zakřivení dozadu, zvané kyfózy, jsou v krajině hrudní a křížové a konvexní zakřivení dopředu (lordózy), jsou v oblasti krční a bederní. Zakřivení se plynule střídají, pouze přechod lordózy bederní v kyfózu křížovou se děje lomem. Této oblasti se říká předhoří (promontorium). K vytvoření normálního zakřivení přispívají podstatně i meziobratlové destičky. Narovnáme-li totiž obratle na sebe bez meziobratlové destičky, tvoří jednotlivý kyfotický oblouk.

Ve frontální rovině je páteř lehce vybočena do strany. Toto vybočení nazýváme skoliózou páteře. Vybočení je obvykle v hrudní části doprava. V oblasti krční a bederní je páteř málo vychýlena doleva.

Mnohé práce se zabývají kinematickou analýzou páteře při různých typech zatížení, zejména z hlediska vytvoření kritérií, které by umožňovaly zhodnotit, zda jde o zdravou nebo nemocnou páteř. Bylo například zjištěno [167], že rozsah relativních úhlů pootočení jednotlivých obratlů při předklonu a úklonu je téměř stejný. Vyrůstající věk vyvolává pokles rozsahu u obou typů ohnutí. Největší ztráta nastává mezi 13 až 35 lety. Největší průměrná hodnota relativního pootočení při předklonu byla nalezena u dětí mezi obratli S1 a L5 a pro dospělé mezi L4 a L5. Například vzájemné natočení mezi obratlem L3 a L4 při předklonu činí 15° pro věk (2—13) let, 9° pro věk (35—49) let, 8° pro věk (50—64) let a 3° pro věk (65—79) let. Z provedených průzkumů dále vyplývá, že morfologické změny většinou snižují rozsah pohyblivosti jednotlivých hladin páteře. Průměrný rozsah vzájemného pootočení bederních obratlů (při ohybu páteře), činí mezi S1/L5 asi 8,0° pro věk (34 až 49) let, mezi L5/L4 je to 12,0°, mezi L4/L3 je rozsah 8,6°, mezi L3/L2 asi 7,6° a mezi L2/L1 pouze 5,6°.

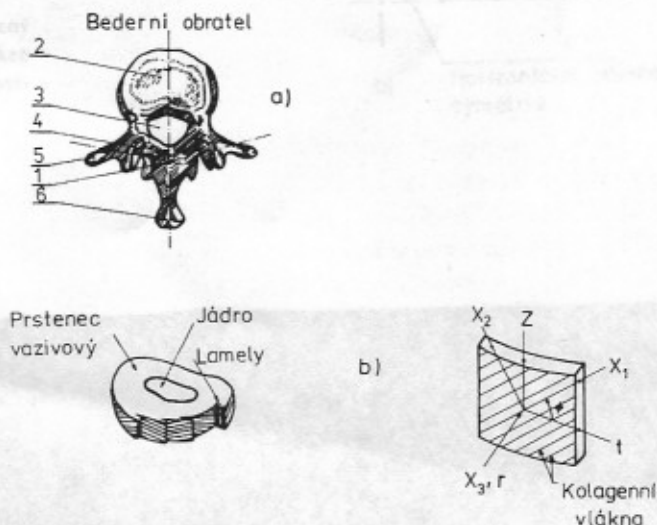
Zajímavé jsou i různé typy poloh kloubních výběžků v různých úsecích lidské páteře. Jsou například rozlišovány tyto hlavní typy poloh výběžku: se společným

středem rotace, umístěným za výběžky (dorzálně) a s výběžky ležícími v jedné rovině. Ve skutečnosti existují ještě další druhy poloh kloubních výběžků. Ukazuje se například, že v bederní části páteře jsou kloubní výběžky postaveny dorzálně tak, že neexistuje jejich společný střed otáčení, což znesnadňuje axiální rotaci bederních obratlů.

Velmi vážným tématem je rozbor silového toku přenášeného páteří. Je například prokázáno, že silové zatížení meziobratlové ploténky je vyšší při sedu bez opory než vestoje nebo vleže. Například pro meziobratlovou ploténku mezi L3 a L4 při hmotnosti těla 70 kg působí na ploténku při poloze v sedě síla 1315 N, při stoji 973 N a vleže 250 N. Při břemenu 5 kg v předpažených rukou dosahuje síla působící na ploténku výše 1 900 N.

Co se týče mechanických vlastností jednotlivých prvků páteře [167] bylo například zjištěno, že bederní obratle jako celek mají pevnost v tlaku v rozmezí (5,7 až 7,0) MPa při deformaci asi 15,5 %. Lidský obratel je vytvořen ze dvou typů kostí spongiózní a kompaktní. Spongiózní část obratle má pevnost v tlaku ($2,9 \pm 0,1$) MPa v osovém směru, ve směru předozadním ($0,7 \pm 0,1$) MPa a ve směru pravolevém ($0,8 \pm 0,1$) MPa. Byla rovněž zjištěna vysoká korelace mezi zdánlivou hustotou a mezi pevností v tlaku. Zdánlivá hustota je určena jako podíl hmotnosti nevysušeného obratle a jeho objemu. Kompaktní kost přenáší přibližně 45 % až 75 % zatížení působícího na obratel.

Velikost krouticího momentu, který by způsobil poškození meziobratlového bederního spojení je přibližně 90 Nm. Z toho asi 30 % připadá na meziobratlovou ploténku, zbytek je přenášen kloubními výběžky a ligamenty. K poškození meziobratlové ploténky již dochází při pohybech a zatížení normálního rozsahu, zejména je-li ploténka mírně poškozena. Významnou roli hraje i poškození funkce přenosu sil mezi kloubními výběžky, které zvyšuje nebezpečí degenerace ploténky.



Obr. 2.72. a) Bederní obratel.

- 1 — střed axiální rotace
- 2 — tělo obratle
- 3 — otvor obratlový
- 4 — kloubní výběžek
- 5 — příčný výběžek
- 6 — trnový výběžek

b) Prstenec vazivový složený z lamel kolagenních vláken a přiřazený souřadnicový systém X_1, X_2, X_3 .

Vazivov
z nich jsou
2.72). Vlá
a u přiléh
zajišťují ta
mu propoj
odlišná po
směru vlá
stejným p
v tahu asi

Pro pop
konečných
bederních
rovině pro
6 oblastí. S
dána jako
75 MPa. T
(oblast 2
 $16,1 \cdot 10^3$ M

Jádro (ob
napjatosti.
Prstenec
s vlastnost
Okrajové
homogenní



... v jedné
... Ukazuje
... dorzálně
... axiální rotaci

... Je například
... du bez opory
... L3 a L4 při
... 5 N, při stojí
... dosahuje síla

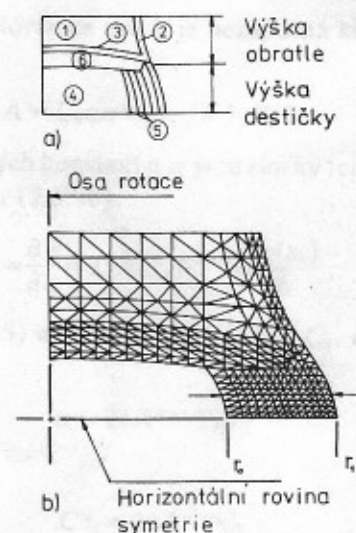
... [167] bylo
... ku v rozmezí
... ze dvou typů
... nost v tlaku
... 1) MPa a ve
... corelace mezi
... na jako podíl
... náší přibližně

... zioبراتlového
... eziоbratlovou
... K poškození
... ního rozsahu,
... kození funkce
... ace ploténky.

Vazivový prstenec lidské meziobratlové ploténky se skládá z řady lamel. V každé z nich jsou obsažena kolagenní vlákna, která se obtáčejí jedním směrem (obr. 2.72). Vlákna jsou uložena v amorfní základní substancí (mukoproteinový gel) a u přiléhajících lamel se kříží navzájem pod úhlem 60° (48° až 74°). Vlákna zajišťují tahovou pevnost prstence, kdežto základní substance slouží ke vzájemnému propojení vláken. Mechanická odezva vazivového prstence (kompozitu) bude odlišná podle toho, je-li prstenec podroben tahovému nebo tlakovému zatížení ve směru vláken. V tahu jsou vlákna podstatně tužší než v tlaku. U vzorků s přibližně stejným počtem vláken obou skupin (dle orientace), je průměrná mez pevnosti v tahu asi 3,8 MPa.

Pro popis mechanických vlastností bederní páteře je výhodné využití metody konečných elementů. Na obr. 2.73 je uveden rotačně symetrický model dvou bederních obratlů L2/L3, který je rovněž symetrický vzhledem k horizontální rovině procházející středem meziobratlové ploténky [168]. Síť je rozdělena do 6 oblastí. Spongiózní část obratle je reprezentována oblastí 1, která je předpokládána jako izotropní, homogenní materiál se středním modulem pružnosti $E = 75$ MPa. Tenkostěnná vnější skořepina a okrajové desky tvořené kompaktní kostí (oblast 2 a 3) jsou rovněž vzaty jako izotropní a homogenní materiál ($E = 16,1 \cdot 10^3$ MPa). Poissonovo číslo pro kompaktní i spongiózní kost je $\mu = 0,25$. Jádru (oblast 4) je uvažováno jako nestlačitelný materiál v hydrostatickém stavu napjatosti.

Prstenec vazivový (oblast 5) je modelován jako homogenní ortotropní materiál s vlastnostmi určenými na základě průměrných vlastností jednotlivých lamel. Okrajové vrstvičky hyalinní chrupavky (oblast 6) jsou nahrazeny izotropním, homogenním materiálem (modul pružnosti $E = 24,3$ MPa a Poissonovo číslo



Obr. 2.73. Rotačně symetrický model a síť části bederní páteře obratel-ploténka-obratel, použité pro metodu konečných elementů. (Upraveno podle: Kulak, Belytschko, Schultz [168].)

a) Bederní
... xiální rotace
... ratle
... bratlový
... í výběžek
... výběžek
... výběžek
... vazivový složený
... agenních vláken
... oufadnicový sys-
... X₃.

$\mu_{LT} = 0,45$). Výška ploténky mezi obratli L2/L3 byla vzata 12 mm, plocha ploténky 2 200 mm² s odpovídajícím vnějším poloměrem $r_1 = 26,4$ mm. Z celé řady provedených měření vyplývá, že jádro přibližně zaujímá 25 % až 50 % z průměrné plochy ploténky. Vnější poloměr jádra je asi $r_0 = 0,707 r_1$. Výška obratle L2/L3 je přibližně 28 mm.

Nelineárnost kontaktní úlohy obratel-ploténka-obratel je způsobena nelineárními elastickými vlastnostmi prstence vazivového. Prsteneček je při zatížení páteře podroben komplexnímu stavu napjatosti, takže pro reálný popis jeho mechanických vlastností je třeba předložit vícerozměrnou závislost mezi napjatostí a deformací.

Konstitutivní rovnici biomateriálu meziobratlové ploténky můžeme odvodit ze známé hustoty deformační energie ve tvaru [168]:

$$w = A^\lambda(\varepsilon_i), \quad (2.6.84)$$

kde A je skalární funkce deformace ε_i a λ je nezáporná konstanta. Nechť $A(\varepsilon_i)$ je dána vztahem:

$$A = C_{ij}\varepsilon_i\varepsilon_j, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.6.85)$$

Zde C_{ij} je množina elastických konstant a ε_i jsou složky tenzoru malých deformací. Napětí určíme podle vztahu (2.6.30):

$$\sigma_i = \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_i} = \lambda [A(\varepsilon_k)]^{\lambda-1} \frac{\partial A(\varepsilon_k)}{\partial \varepsilon_i}. \quad (2.6.86)$$

Přijmeme-li závislost (2.6.85) a symetričnost složek C_{ij} , dostaneme konstitutivní rovnici ve tvaru:

$$\sigma_i = 2\lambda A^{\lambda-1} C_{it}\varepsilon_t, \quad (2.6.87)$$

kde součinitele

$$C_{it}^* = 2\lambda A^{\lambda-1} C_{it} \quad (2.6.88)$$

jsou závislé na stupni deformace. Parametr λ určuje stupeň nelinearity elastických součinitelů C_{it}^* . Je-li $C < 1$ a λ se nachází v intervalu $0 < \lambda < 1$, máme co činit se „změkčením“ konstitutivní závislosti $\sigma - \varepsilon$, kdežto pro $\lambda > 1$ nastává zpevnění biomateriálu. Pro $\lambda = 1$ se nelineární součinitele C_{it}^* redukuje na lineární elastické součinitele C_{it} . Pro lineární ortotropní materiál jsou ve tvaru:

$$[C_{ij}] = \begin{bmatrix} C_{rr} & C_{rt} & C_{rz} & 0 \\ & C_{tt} & C_{tz} & 0 \\ & & C_{zz} & 0 \\ \text{sym.} & & & C_{zz} \end{bmatrix}, \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (2.6.89)$$

kde indexy r, t, z označují radiální, obvodový resp. osový směr. Funkce $A(\varepsilon_i)$ ve

vztahu (2.6.84) je podmínka pro po

$C_{rr}(C_{tt}C_{zz} - C_{tz}^2)$
V přírůstkovém t

kde

Vzhledem k or
ních vláken, jsou
 X_2, X_3 tak, že so
 X_2 se nachází v r
 X_1 je osou tzv.
rozepsat takto [

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{2\lambda A^{\lambda-1}}{D} \begin{bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \\ \alpha \end{bmatrix}$$

přičemž pro při

V daném přípa

vztahu (2.6.84) je pozitivně definitní kvadratická forma. Nutná a postačující podmínka pro pozitivně definitní formu vede k těmto podmínkám:

$$C_{rr} > 0, \quad C_{rr}C_{\theta\theta} - C_{r\theta}^2 > 0, \quad (2.6.90)$$

$$C_{rr}(C_{\theta\theta}C_{zz} - C_{r_z}^2) + C_{r_z}(C_{r_z}C_{\theta\theta} - C_{r\theta}C_{z\theta}) + C_{r_z}(C_{r_z}C_{zz} - C_{r_z}C_{z_z}) > 0, \quad C_{r_z} > 0.$$

V přírůstkovém tvaru je rovnice (2.6.86) vyjádřena takto:

$$d\sigma_i = \bar{C}_{ir} d\varepsilon_r, \quad (2.6.91)$$

kde

$$\bar{C}_{ij} = 2\lambda \left[(\lambda - 1)A^{\lambda-2} \frac{\partial A}{\partial \varepsilon_j} C_{ii}\varepsilon_i + A^{\lambda-1} C_{ij} \right].$$

Vzhledem k ortotropii vazivového prstence a jeho vazbě na deformaci kolagenických vláken, jsou v daném třírozměrném modelu zvoleny pravouhlé souřadnice X_1, X_2, X_3 tak, že souřadnice X_1 je shodná se směrem kolagenických vláken, souřadnice X_2 se nachází v rovině lamely a souřadnice X_3 směřuje kolmo k rovině lamely. Osa X_1 je osou tzv. příčné izotropie. Konstitutivní rovnici (2.6.87) můžeme pak zapsat takto [167]:

(2.6.84)

Nechť $A(\varepsilon_i)$ je

(2.6.85)

lých deformací.

(2.6.86)

ne konstitutivní

(2.6.87)

(2.6.88)

arity elastických máme co činit se astává zpevnění inearní elastické

(2.6.92)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{2\lambda A^{\lambda-1}}{D} \begin{bmatrix} \alpha E_1(1 - \mu_{32}\mu_{23}) E_1(\mu_{12} + \mu_{32}\mu_{13}) E_1(\mu_{13} + \mu_{12}\mu_{23}) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & E_2(1 - \mu_{13}\mu_{31}) & E_2(\mu_{23} + \mu_{13}\mu_{21}) & 0 & 0 & 0 \\ & & E_3(1 - \mu_{12}\mu_{21}) & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2}DG_{12} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{2}DG_{13} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{2}DG_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{bmatrix}$$

sym.

příčemž pro příčnou izotropii platí, že

$$D = 1 + 2\mu_{12}\mu_{23}\mu_{31} - \mu_{13}\mu_{31} - \mu_{12}\mu_{21} - \mu_{23}\mu_{32},$$

$$E_1 = E_L, \quad E_2 = E_3 = E_T, \quad G_{13} = G_{12} = G_{LT},$$

$$G_{23} = \frac{E_T}{2(1 + \mu_{23})}, \quad \mu_{21} = \mu_{31} = \mu_{LT}, \quad \mu_{23} = \mu_{32}, \quad \mu_{13} = \mu_{12}.$$

V daném případě podle [166] je

(2.6.89)

Funkce $A(\varepsilon_i)$ ve

$$\mu_{LT} = 0,45, \quad \mu_{23} = 0,9 - \frac{E_T}{E_L} \mu_{LT}$$

a

$$\alpha = \begin{cases} 0,3 & \text{jestliže } \varepsilon_{11} < 0 \text{ (kolagenní vlákna jsou podrobena tlaku),} \\ 1,0 & \text{jestliže } \varepsilon_{11} > 0 \text{ (kolagenní vlákna jsou podrobena tahu).} \end{cases}$$

Zde E_L a E_T jsou modul pružnosti v podélném směru vláken, resp. v příčném směru, μ_{LT} je Poissonovo číslo a G_{LT} je modul pružnosti ve smyku. Součinitel α charakterizuje sníženou nosnost kolagenních láken vazivového prstence v tlaku.

Prvky matice elasticity v rovnici (2.6.89), které jsou vyjádřeny v cylindrických souřadnicích, dostaneme transformací prvků matice \tilde{C} ve vztahu (2.6.92) do cylindrických souřadnic a vezmeme průměrné hodnoty ze dvou sousedních lamel. Pak matice C dle (2.6.89) bude ve tvaru:

$$C = \frac{1}{2} \{ [R^*(\Phi)]^T \tilde{C} R^*(\Phi) + [R^*(-\Phi)]^T \tilde{C} R^*(-\Phi) \}, \quad (2.6.93)$$

kde

$$R^*(\Phi) = \begin{bmatrix} 0 & c^2 & s^2 & 0 \\ 0 & s^2 & c^2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -cs & cs & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \quad s = \sin \Phi, \quad c = \cos \Phi$$

a Φ je úhel mezi kolagenním vláknem a obvodovým směrem. Rovina lamely je kolmá k rovině $(r-t)$.

Nehomogenita vazivového prstence je charakterizována touto závislostí:

$$C_{ij} = \frac{0,3 C_{ij}(r_1)}{1 - 0,7 \frac{r}{r_1}}, \quad (2.6.94)$$

kde r a r_1 jsou radiální souřadnice a vnější poloměr prstence. Exponent $\lambda = 1,5$. Numerické hodnoty konstant E_L , E_T a G_{LT} jsou v nelineárním případě tyto [168]: $E_L = 1,765 \cdot 10^3$ MPa, $E_T = 88,5$ MPa, $G_{LT} = 35,3$ MPa.

Na obr. 2.73 je znázorněna použitá trojúhelníková síť metody konečných elementů. Pole posuvů v každém elementu je aproximováno lineární funkcí. Jádru je reprezentováno pouze jednou vrstvou elementů. Základní soustava nelineárních algebraických rovnic má tedy tvar (2.6.51), tj.

$$Q(\delta) = R(\delta) \quad (2.6.95)$$

následkem nelineární konstitutivní rovnice (2.6.87). Vnitřní zobecněné síly $Q(\delta)$ ve stykových bodech vrstvy (jádra) jsou v daném případě doplněny o člen pT . Zde p je hydrostatický tlak v jádru a matice T přiřazuje přípustné tvarové změny nestlačitelného jádra do příslušných stykových bodů.

Vy

Pro daný přírůst vyjádřeny takto:

Z podmínky nestla

Kombinací rovnic

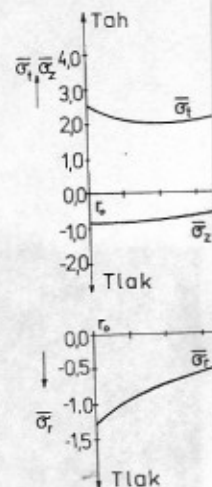
Řešením základní

Z rovnice (2.6.96

Na základě vý stanovíme dle (2. řešíme znovu rov

K řešení uvede z metod uvedený

Na obr. 2.74 je v meziobratlové



Pro daný přírůstek zatížení ΔR jsou linearizované rovnice rovnováhy (2.6.95) vyjádřeny takto:

$$K \Delta \delta + T \Delta p = \Delta R . \quad (2.6.96)$$

Z podmínky nestlačitelnosti jádra plyne, že

$$T^T \Delta \delta = 0 . \quad (2.6.97)$$

Kombinací rovnic (2.6.96) a (2.6.97) dostaneme:

$$\Delta p = \frac{T^T K^{-1} \Delta R}{T^T K^{-1} T} . \quad (2.6.98)$$

Řešením základních rovnic s pravou stranou ΔR a T určíme vektory Y_1, Y_2 :

$$Y_1 = K^{-1} \Delta R , \quad (2.6.99)$$

$$Y_2 = K^{-1} T . \quad (2.6.100)$$

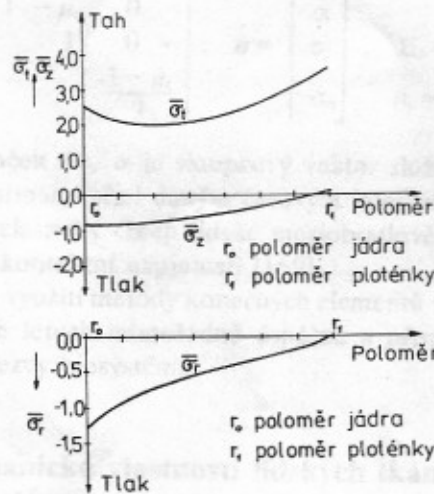
Z rovnice (2.6.96) pak plyne, že

$$\Delta \delta = Y_1 - Y_2 \Delta p . \quad (2.6.101)$$

Na základě výsledného pole posuvů δ a hydrostatického tlaku p v jádru stanovíme dle (2.6.53) rezidua r . Není-li splněna podmínka konvergence (2.6.55), řešíme znovu rovnici (2.6.99) s pravou stranou $\Delta R = r$.

K řešení uvedeného nelineárního problému je rovněž možno použít některou z metod uvedených v kapitole 2.6.2.

Na obr. 2.74 je uveden průběh osového $\bar{\sigma}_z$, obvodového $\bar{\sigma}_t$ a radiálního napětí $\bar{\sigma}_r$ v meziobratlové ploténce při osovém zatížení bederních obratlů L2/L3 silou



Obr. 2.74. Průběh osového $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / \sigma_0$, obvodového $\bar{\sigma}_t = \sigma_t / \sigma_0$ a radiálního $\bar{\sigma}_r = \sigma_r / \sigma_0$ napětí v řezu procházejícím středem prstence vazivového. (Upraveno podle: Kulak, Belytschko, Schultz [168].)

esp. v příčném
u. Součinitel α
stence v tlaku.
v cylindrických
u (2.6.92) do
sedních lamel.

(2.6.93)

cos Φ

vina lamely je

ávislostí:

(2.6.94)

onent $\lambda = 1,5$.
dě tyto [168]:

dy konečných
í funkcí. Jádro
va nelineárních

(2.6.95)

ěné síly $Q(\delta)$
o člen pT . Zde
varové změny

$P = 1\,000\text{ N}$. Napětí σ jsou vztažena k tlakovému napětí $\sigma_0 = P/F_0$, kde F_0 je kontaktní plocha ploténky. Vnitřní tlak v jádru byl zadán hodnotou $1,27 (P/F_0)$. Tato hodnota vyplývá z experimentálních měření in situ [166].

Viskoelastické chování meziobratlové ploténky v rotačně symetrickém modelu spoje obratel-ploténka-obratel je analyzováno v práci [169]. Konstitutivní rovnice materiálu ploténky je navržena ve tvaru:

$$\epsilon = \epsilon_c + \epsilon_e, \quad (2.6.102)$$

kde ϵ_e , ϵ_c jsou sloupcové vektory složek pružné a creepové deformace. Přírůstek creepové deformace je vyjádřen takto:

$$\Delta \epsilon_c = \frac{\Delta t}{E_1} \left\{ \frac{2}{3} \mathbf{A} \sigma - E_0 \epsilon' \right\}, \quad (2.6.103)$$

kde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -\mu_c - \mu_c & 0 \\ & 1 - \mu_c & 0 \\ \text{sym.} & & 1 & 0 \\ & & & \frac{1 - \mu_c}{2} \end{bmatrix}, \quad \sigma = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_t \\ \sigma_z \\ \sigma_{rz} \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} E_0 &= 10^{-3} \text{ MPa}, \\ E_1 &= 2,7 \cdot 10^3 \text{ MPa}, \\ \mu_c &= 0,5. \end{aligned}$$

Časový interval je označen Δt , σ je sloupcový vektor složek napjatosti a ϵ' je dosažená creepová deformace pře daným časovým intervalem.

Ukazuje se, že viskoelastický creep lidské meziobratlové ploténky způsobuje podstatné přerozdělení kontaktní napjatosti [169].

Lze očekávat, že další využití metody konečných elementů v oblasti biomechaniky bude v následujících letech mimořádně úspěšné a přispěje tak k hlubšímu poznání mechanické odezvy biosystémů.

2.7. Základní mechanické vlastnosti lidských tkání pohybového systému

V této kapitole i v kapitolách následujících podáme částečný přehled mechanických vlastností lidských tkání (viz rovněž kap. 2.2.). Daný problém, jak z dalšího vyplývá, je nesmírně náročný a výzkum odezvy biologických tkání na vnější mechanické podněty je v současné době na počátku svého rozvoje.

Pro lepší orientaci nyní uvedeme základní anatomické názvosloví, které budeme dále používat.

Rovina podélná, která dělí tělo na dvě zrcadlové poloviny, je rovina mediální, všechny roviny s ní rovnoběžné (jdoucí zepředu nazad) jsou roviny sagitální. Roviny jdoucí zprava doleva (paralelně s čelem) jsou roviny frontální.

Směr hřbetní je označován jako dorzální. Směr k rovině střední se označuje jako mediální, směr opačný jako laterální.

Směr vzhledem k je dorzální.

2.7.1. Kostní

Abychom mohli kostní tkáň na uvést její složení

Kostní tkáň je něčná hmota se a vzájemně se překrývá s ními vláknem, které být různé (viz

Interfibrilární Nejdůležitější hydroxyapatit a jsou odpovědné

Uspořádáním a anorganické slo tvrdost, pružnost

Již jsme se všimneme dvou V obou případech Lamely se skládají různě složitě syst

Kost kompaktní tvoří tělo dlouhých šikmo do hloubky Sharpeyova a pou krevní, tenké ner Těsně pod periost probíhají rovnoběžný systém. Podobně kryté endostem — uzavírají různé způsob trubice o koncentricky vrst Mezi Haversovými zbytky dříve každého osteonu