

## ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

Определение (из Википедии)

Цилиндрической системой координат называют трёхмерную систему координат, являющуюся расширением полярной системы координат путём добавления третьей координаты (часто обозначаемой  $z$ ), которая задаёт высоту точки над плоскостью. Точка в цилиндрической системе координат задаётся расстоянием  $\rho$  от выбранной эталонной оси  $Z$ , направлением (угол  $\phi$ ) относительно выбранного эталонного направления  $X$  и расстоянием  $z$  от выбранной эталонной плоскости  $XY$  перпендикулярно оси  $Z$ .

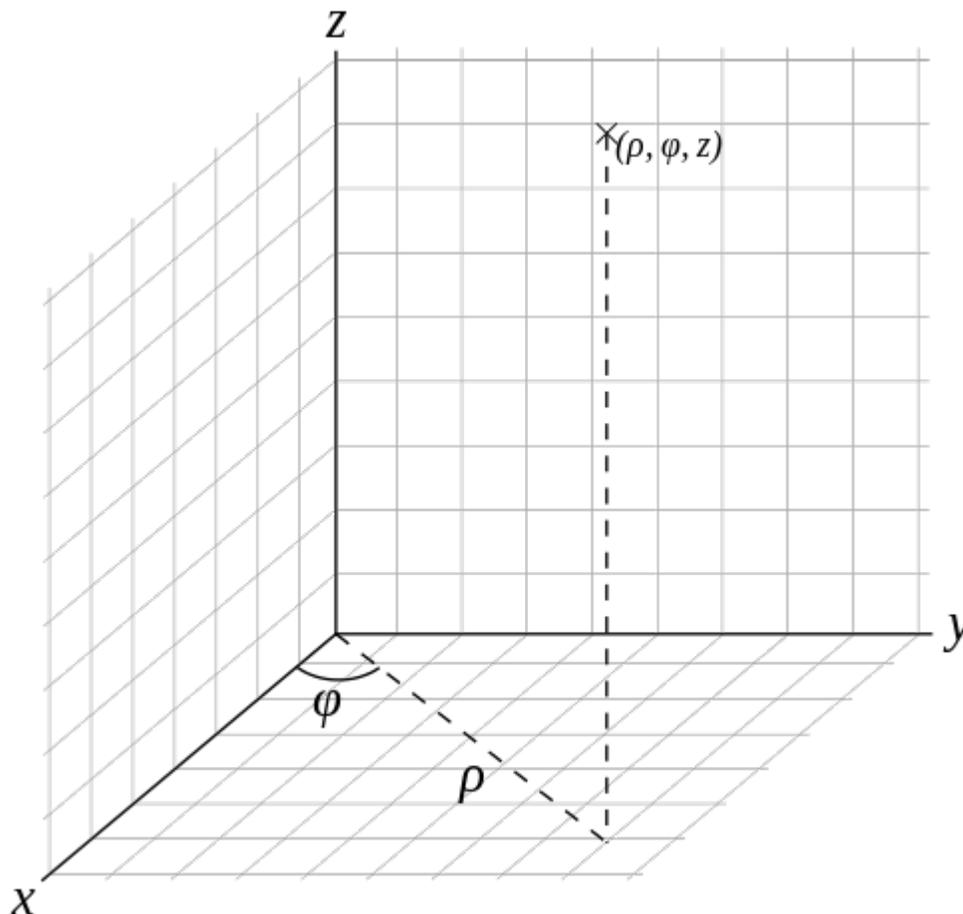


Рисунок 1: Точка в цилиндрической системе координат

Начало цилиндрических координат – это точка, в которой все три координаты могут быть заданы как равные нулю. Начало координат находится на

пересечении эталонной плоскости  $XY$  и оси  $Z$ .

Ось  $Z$  называют цилиндрической, чтоб отличать её от полярной оси, которая является лучом  $X$ , лежащим в эталонной плоскости  $XY$  и начинающемся в начале координат.

Расстояние от оси  $Z$  называют радиальным расстоянием или радиусом, тогда как угловую координату называют угловой позицией или азимутом. Радиус и азимут вместе называют полярными координатами, так как они принадлежат двумерной полярной системе координат на плоскости, параллельной плоскости  $XY$ . Третью координату называют высотой.

При использовании в физических науках и технике международный стандарт ISO 31-11 рекомендует использовать обозначения  $(\rho, \phi, z)$ .

### Применение

Цилиндрическая система координат находит применение при моделировании спиральных объектов, резьб, объектов и феноменов, симметричных вдоль цилиндрической оси, например, потока воды вдоль прямой трубы, аккреционных дисков в астрономии [<http://www.astro.princeton.edu/~gk/A403/disk.pdf>, Princeton University] и т.п. Иногда они используются для указания 3-мерных позиций звёзд в галактике, например:  $\rho$  – расстояние от центр Млечного Пути,  $\phi$  – угол Солнце-центр Млечного Пути-объект,  $z$  – расстояние от галактической плоскости [<http://www.astro.rug.nl/~sctrager/teaching/PoG/2012/ComponentsOfMW.pdf>, University of Groningen].

Ниже представлено фото млечного пути. Можно увидеть, что цилиндрические координаты удобны для описания позиций небесных тел относительно центра галактики.

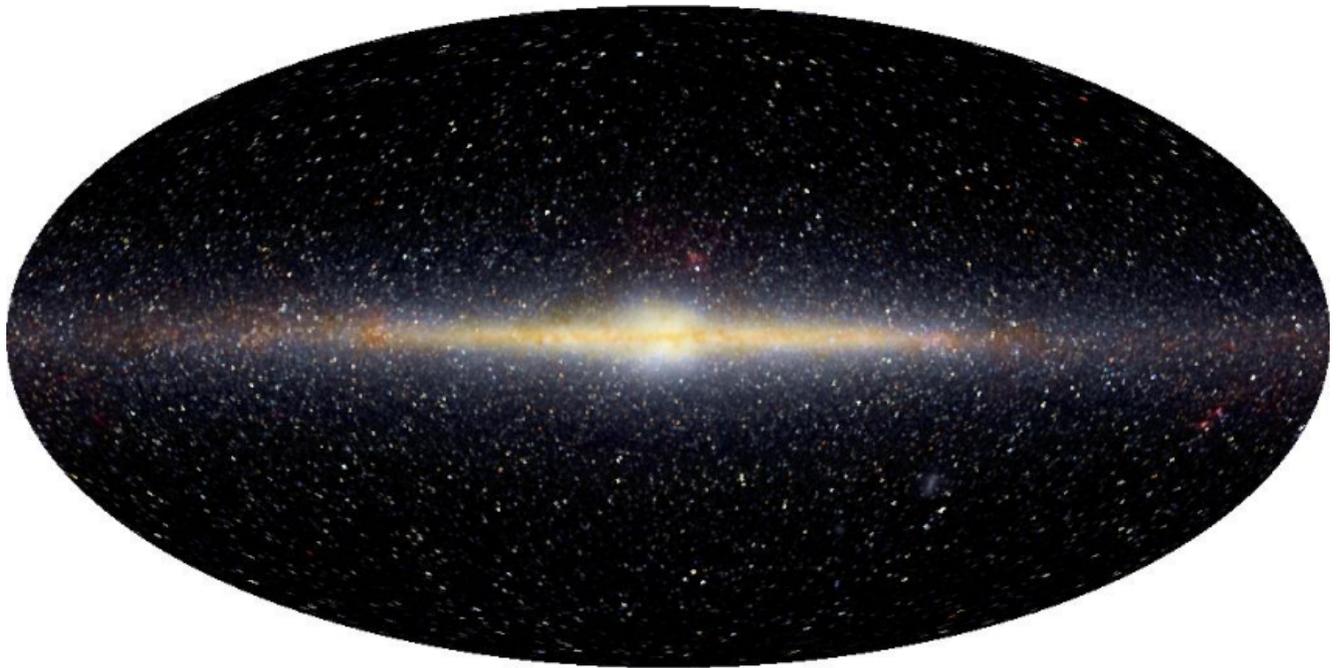


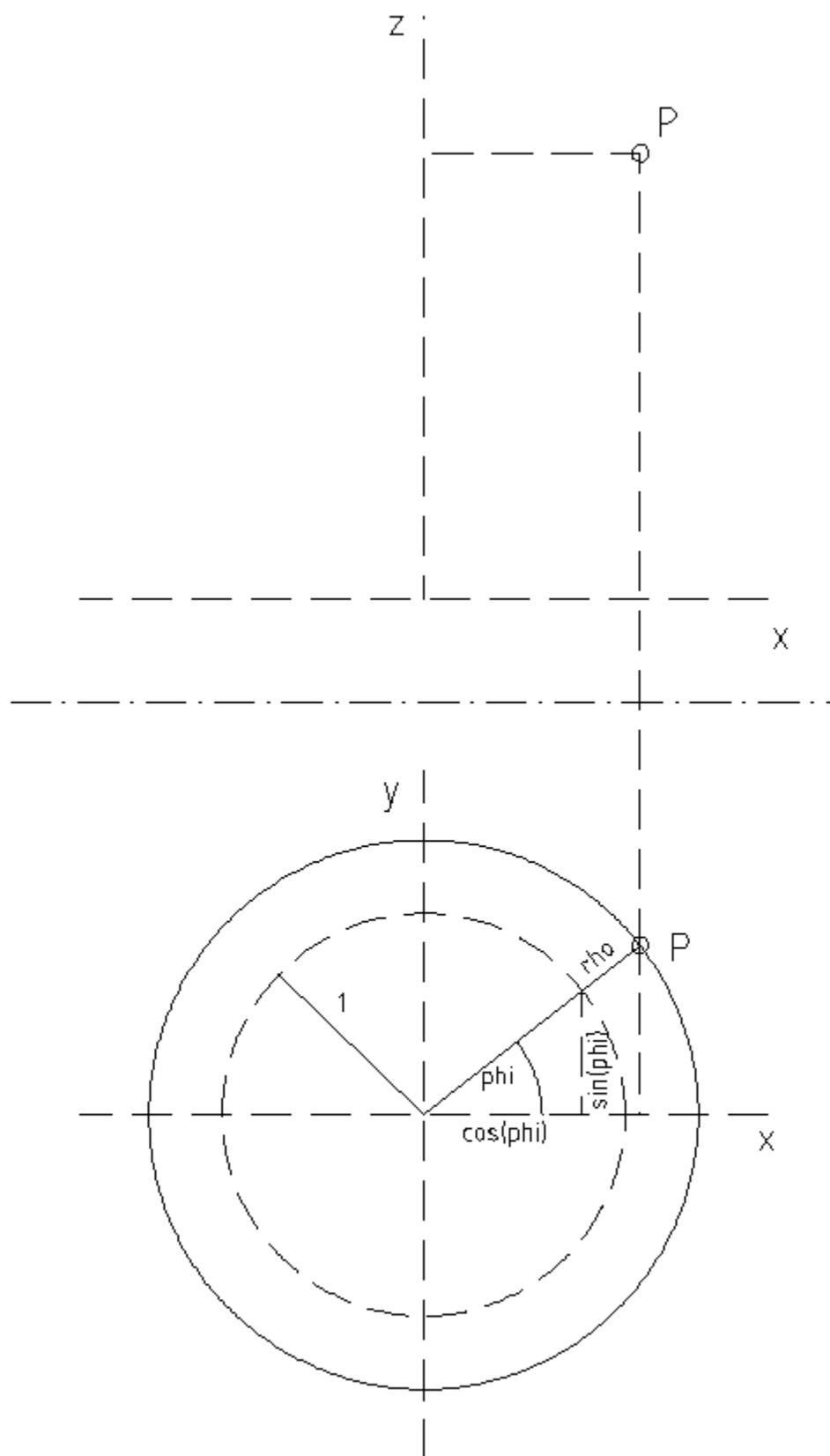
Рисунок 2: Фото Млечного Пути [ссылка на презентацию выше]

### Однозначное задание цилиндрических координат

Так как за основу цилиндрической системы координат взята полярная система координат, одна и та же позиция в цилиндрической системе так же может быть задана бесконечным множеством координат. Добавленная координата  $z$  однозначно определяет высоту точки, а для координат  $\rho$  и  $\phi$  могут быть применены те же ограничения, что и для полярной системы координат (положительный радиус, угол в пределах  $(-\pi, \pi]$ ). Для приведения  $\rho$  и  $\phi$  к такой форме применимы те же формулы, что и для полярной системы координат.

### Перевод из цилиндрической системы координат в декартовую

На рисунке ниже изображено соответствие между декартовой системой координат и цилиндрической. Как видно, для компонент  $\rho$  и  $\phi$  формула перевода не отличается от полярной системы координат, а координата  $z$  в цилиндрической системе координат равна координате  $z$  в декартовой:



$$\begin{aligned}
 p_z &= z \\
 1/\rho &= \cos \phi / p_x, \\
 p_x &= \rho \cos \phi; \\
 1/\rho &= \sin \phi / p_y, \\
 p_y &= \rho \sin \phi.
 \end{aligned}$$

Перевод из декартовой системы координат в цилиндрическую

Перевод из декартовой системы координат в цилиндрическую для компонент  $\rho$  и  $\phi$  так же не отличается от формулы для полярной системы координат, а компоненты  $z$  декартовой и цилиндрической систем координат равны:

$$\begin{aligned}
 z &= p_z \\
 \rho &= \sqrt{p_x^2 + p_y^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin \phi / p_y &= \cos \phi / p_x, \\
 \sin \phi / \cos \phi &= p_y / p_x, \\
 \tan \phi &= p_y / p_x, \\
 \phi &= \text{atan2}(p_y, p_x).
 \end{aligned}$$