4. Uji Hipotesis Tentang Proporsi

a. Uji satu proporsi untuk n besar

Bila n besar dan p_0 yang dihipotesiskan tidak terlalu dekat kepada nol atau satu maka sebaran binom dapat didekati dengan sebaran normal dengan $\mu = n\,p_0$ dan $\sigma^2 = n\,p_0\,(1-p_0)$ sehingga

$$Z = \frac{x - n\,p_0}{\sqrt{n\,p_0\,(1-p_0)}}$$

Langkah penguji

- $H_0 : p = p_0$
- $H_1 : p \neq p_0$
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik = $Z < -Z_{½\alpha}$ atau $Z > Z_{½\alpha}$
- Statistik uji $Z = \frac{x - n\,p_0}{\sqrt{n\,p_0(1-p_0)}}$

- Keputusan tolak H_0 bila statistik uji jatuh di wilayah kritik.

b. Uji beda proporsi untuk sample besar

- $H_0 : p_1 = p_2$
- $H_1 : p_1 \neq p_2$
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik = $Z < -Z_{½\alpha}$ atau $Z > Z_{½\alpha}$
- Statistik uji =

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\,\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}; \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}; \hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}; \hat{q} = 1 - \hat{p}$$

- Keputusan tolak H_0 bila statistik uji jatuh di wilayah kritik.

Bila $d_0 \neq 0$ sehingga H_0 yang di uji $p_1 - p_2 = d_0 \neq {}_0$ maka prosedur pengujinya menjadi

- $H_0 : p_1 - p_2 = d_0$
- $H_1 : p_1 - p_2 \neq d_0$; $H_1 : p_1 - p_2 < d_0$; $H_1 : P_1 - P_2 > d_0$
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik

  $Z < -Z_{1/2}\,\alpha$ atau $Z < -Z_{1/2}\,\alpha$ jika $H_1 : p_1 - p_2 \neq d_0$
  $Z < -Z_{\propto}$ jika $H_1 : p_1 - p_2 < d_0$
  $Z < -Z_{\propto}$ jika $H_1 : p_1 - p_2 > d_0$

- Statistik uji $Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - d_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1\hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2\hat{q}_2}{n_2}}}$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}; \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}; \hat{q}_1 = \frac{x_1}{n_1}; \hat{q}_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

- Keputusan tolak H_0 bila statistik uji jatuh di wilayah kritik

5. Uji Hipotesis Tentang Ragam (Varians)

a. Uji Hipotesis varians dari populasi normal

- $H_0 : \sigma_2 = \sigma_0^2$
- $H_1 : \sigma_2 < \sigma_0^2 ; \sigma^2 < \sigma_0^2 ; \sigma_2 \neq \sigma_0^2$
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik =

  $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}$ bila $H_1 : \sigma_2 < \sigma_0^2$
  $\chi^2 > \chi^2_{\alpha}$ bila $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$
  $\chi^2 < \chi^2_{1-\frac{1}{2}\alpha}$ atau $\chi^2 > \chi^2_{\frac{1}{2}\alpha}$ bila $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

- Statistik uji

$$\chi^2 = \frac{(n-1)\,S^2}{\sigma_0^2} \text{ dengan}$$

$$S^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2}{n(n-1)}$$

- Keputusan tolak H_0 bila statistik uji jatuh di wilayah kritik
- Untuk contoh (sampel) besar untuk $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ maka dapat didekati dengan sebaran normal sehingga statistik uji

$$Z = \frac{S - \sigma_0^2}{\sigma_0 / \sqrt{2n}}$$; S = Simpangan baku contoh (sampel)

b. Uji Hipotesis kesamaan dua varians dari dua populai normal

- $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
- $H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \,;\, \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \,;\, \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik :

$$F < f_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2) \text{ bila } H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

$$F > f_{\alpha}(\nu_1, \nu_2) \text{ bila } H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$F < f_{1-\frac{1}{2}\alpha}(\nu_1, \nu_2) \text{ atau } F > f_{\frac{1}{2}\alpha}(\nu_1, \nu_2) \text{ bila } H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

- Statistik uji $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$
- Keputusan tolak H_0 bila statistik uji jatuh dari wilayah kritik.
- Untuk ukuran contoh n_1, n_2 besar, statistik uji

$$Z = \frac{S_1 - S_2}{Sp\sqrt{\dfrac{1}{2n_1} + \dfrac{1}{2n_2}}} ;$$

S_1 = Simpangan baku contoh dari populasi 1

S_2 = Simpangan baku contoh dari populasi 2

$$Sp = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

6. Uji Kebaikan Suai

Suatu uji kebaikan sesuai frekuensi amatan dan harapan didasarkan pada besaran

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} ,$$

Dengan χ^2 merupakan nilai peubah acak yang sebaran sampelnya mendekati sebaran khi-kuadrat dengan derajat bebas $\nu = k - 1$.

O_i = frekuensi amatan,

e_i = frekuensi harapan

Bila ada parameter yang diduga maka ν = k - 1 - jumlah parameter yang diduga. Uji Kebaikan – Suai dapat digunakan menguji ke-normalan data. Pada uji ini data ditata dalam kelas frekuensi dan

dihitung frekuensi amatan dan frekuensi harapannya.

- H_0 : peubah acak x menyebar secara normal
- H_1 : peubah acak x tidak menyebar secara normal
- Taraf uji = α
- Wilayah kritik : $\chi^2 > \chi^2_{\alpha(\nu = k-1)}$
- Statistik uji :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i}$$

- Keputusan tolak H_0 jika statistik uji jatuh di wilayah kritik.

Uji kenormalan yang lebih kuasa dari uji khi-kuadrat adalah uji Geary dengan statistik uji

$$Z = \frac{u - 1}{0{,}2661 / \sqrt{n}}$$ dan wilayah kritik

$Z \geq Z_{\alpha/2}$ atau $Z \leq -Z_{\alpha/2}$ dimana

$$u = \frac{\sqrt{\pi/2}\sum\left|X_i - \overline{X}\right|/n}{\sqrt{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2/n}} = \frac{1{,}2533\sum\left|X_i - \overline{X}\right|/n}{\sqrt{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^2/n}}$$

7. Uji Kebebasan

Suatu tabel kontingensi $b \times \ell$ dengan pengamatan Oij.

- H_0 : $p_{ij} = p_i \,.\, p.j$, Ki = 1, 2, …, b; j = 1, 2, …,ℓ atau peubah pada baris bebas terhadap peubah pada kolom

$$p_i = \frac{O_i}{n};\ p._j = \frac{O.j}{n}$$

$$\hat{e}_{ij} = n\,\hat{p}_i.p._j = \frac{O_i.O_j}{n}$$

$$\sum_{i=1}^{b} p_i. = 1;\ \sum_{j=1}^{\ell} p._j = 1$$

- Statistik uji

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{b}\sum_{j=1}^{\ell}\frac{\left(O_{ij} - \hat{e}_{ij}\right)^2}{\hat{e}_{ij}}$$

- Keputusan tolak H_0 bila $\chi^2 > \chi^2_{(b-1)(\ell-1)^{(\alpha)}}$ dimana α = taraf uji.