Sebaran Kuantil p = Q(p)

Sebaran kuantil-p sangat diperlukan untuk mendeteksi asumsi kenormalan data, dengan menggunakan titik kuantil-kuantil (Q-Q plots) atau titik-titik peluang (probabilitas plots)

1. Median = $\tilde{X}$

Rumus median:

$$\tilde{X} = Q(p = 0{,}50) = \frac{1}{2}\left(X_{\frac{n}{2}} + X_{\left(\frac{n}{2}+1\right)} \right)$$

jika n genap

$$\tilde{X} = Q(p = 0{,}50) = X_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

jika n ganjil

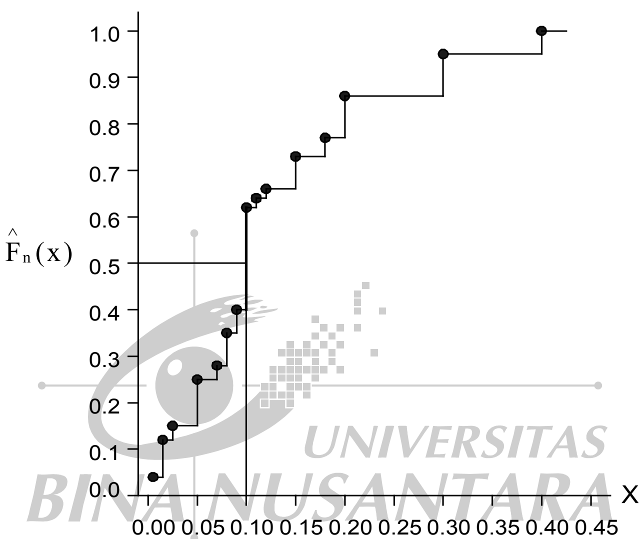
Contoh soal
Diketahui n = 10 $\rightarrow \overline{X} = \frac{1}{2}\left(X_{(5)} + X_{(6)}\right)$

Pengamatan:
1293<1340<1380<1383<1466<
1497<1614<1643<1711, maka

$$\tilde{X} = \frac{1466 + 1497}{2} = 1481{,}5$$

2. Kuantil Fungsi sebaran Empiris

Suatu kuantil p dengan 0<p<1 dari fungsi sebaran empiris=Q(p) artinya sekurang-kurangnya 100p persen nilai data kurang dari atau sama dengan Q(p) dan sekurang-kurangnya 100(1-p) persen dari data lebih besar atau sama dengan Q(p)



Gambar Grafik Penentuan Median

- Kuartil bawah dan Kuartil atas
  Q_1=Q(0.25), kuartil bawah
  Q_3=Q(0.75), kuartil atas

- Rumus Penghitungan Q(p)
  1. Jika np bulat:
     $$Q_{(p)} = \frac{1}{2}\left(X_{(np)} + X_{(np+1)}\right)$$
  2. Jika np tidak bulat, r<np<r+1
     $Q(p)=X_{(r+1)}$

Contoh soal:
N=10, p=0.10 maka np=1 dan
Q(0.10)= ½ $(X_{(1)}+X_{(2)})$

Contoh soal lain:
N= 39, p= 0.25 $\rightarrow$ maka np = 9.75
9 < np = 9.75 < 10 sehingga
Q_1=Q(0.25) =$X_{(10)}$
Q_3=Q(0.75), np = 39(0.75) = 29,25
29<np<30 maka Q_3=Q(0.75)=$X_{(30)}$

- Kuantil dan Statistik Urutan

$$X_{(i)} = Q\left(\frac{i-0{,}5}{n}\right)$$

Tentukan Q(0.30) bila n=60

$$\frac{i-0{,}5}{60} = 0{,}30$$

$$i - 0{,}5 = 18$$

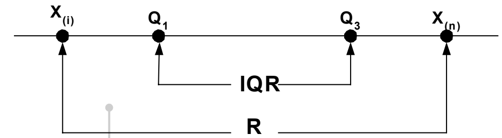
$$i = 18{,}5$$

$$X_{(i)} = X_{(18{,}5)} = \tfrac{1}{2}\left[X_{(18)} + X_{(19)}\right]$$

$$Q_{(0{,}30)} = X_{(i)} = X_{(18{,}5)}$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[X_{(18)} + X_{(19)}\right]$$

- Jangkauan Contoh (sampel) dan Jangkauan Antar Kuartil



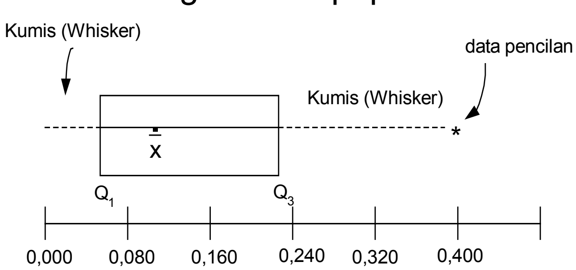
R= jangkauan contoh (sample range)
R= $X_{(n)}$-$X_{(1)}$
$X_{(n)}$= maks (X_1, X_2, ..., X_n)
$X_{(1)}$= min (X_1, X_2, ..., X_n)

IQR= jangkauan antar kuartil (Interquartile range)
IQR= Q_3-Q_1
Q_3= Kuartil 3
Q_1= Kuartil 1
Selang [Q_1, Q_3]= jangkauan 50% tengahan (middle 50% percent range)

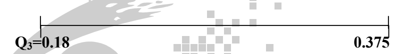
Data pencilan jika di luar selang [Q_1-1.5 × IQR, Q_3 +1.5 × IQR]

- Diagram Kotak-Garis

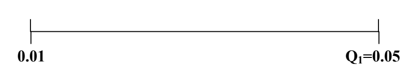
Diagram Kotak-Garis: grafik yang menunjukkan median, kuartil, jangkauan antar kuartil (IQR), jangkauan contoh (sample range).
Diagram Kotak-Garis dapat digunakan untuk menunjukkan data pencilan (outliers) dan membandingkan dua populasi.



Gambar Diagram Kotak Garis Data Radiasi
Q_1= 0.05, Q_3= 0.18, $\tilde{x}$ = 0.10
Whisker sebelah kanan pada Q_3 sampai dengan min ($X_{(n)}$, Q_3 + 1.5 x IQR) =0.375
Whisker sebelah kanan:



Whisker sebelah kiri mulai pada Q_1 dan berakhir pada Maks ($X_{(1)}$, Q_1-1.5 x IQR)
Pada data radiasi whisker di sebelah kiri:



3. *Ukuran Pemusatan dan Variabilitas*

- Rata-rata hitung contoh = $\tilde{x}$
  Nilai pengamatan contoh acak
  $X_1, X_2, \ldots, X_n$

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

- Ukuran pemusatan Lain: median, modus
- Ragam contoh dan simpangan baku contoh =

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i-1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2$$

Simpangan baku contoh:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i-1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}$$

Rumus Pintasan

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i-1}^{n} X_i^{\,2} - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 \Big/ n\right)$$

atau

$$S^2 = \frac{n\sum_{i-1}^{n} X_i^{\,2} - \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)}{n(n-1)}$$

- Rata-rata dan ragam contoh sebaran frekuensi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{x} X\, f(x)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{x}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 f(x) = \frac{1}{n-1}\left(\sum X^2 f(x) - n\overline{X}^2\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{x} x\, f(x)$$

dan

$$\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 = \sum_{x}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 f(x)$$

- Rata-rata dan ragam Populasi
  Data populasi: $X_1, X_2, \ldots, X_n$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Rata-rata populasi} = \mu \\ \text{Ragam populasi} = \sigma^2 \\ \text{Simpang baku populasi} = \sigma\end{array}\right\}\text{Parameter}$$

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}$$

- Transformasi Linear Data
  Data hasil transformasi
  $Y=\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}$

  $Y_i = g(x_i)$, i=1, 2,..., n
  $Y = g(x) = ax + b \longrightarrow \bar{y} = a\bar{x} + b$

$$S_y^{\,2} = a^2 S_x^{\,2}$$

$$S_y = |a| S_x$$