Analisis Ragam (Varians)

1. Konsep Dasar

Analisis varians adalah suatu cara yang dapat digunakan untuk menguji rataan populasi.Teknik analisis varians digunakan untuk menganalisis atas menguraikan seluruh (total) variasi atau bagian-bagian yang bermakna. Analisis varians digunakan untuk menguji k buah rataan populasi(k > 2).

Populasi-populasi itu akan dianggap saling bebas dan menyebar normal dengan rataan $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k$ dan varians sama dengan σ^2.

2. Analisis Varians Klasifikasi Satu Arah

Peubah acak berukuran n yang dipilih dari setiap k populasi dan ingin menguji hipotesis :

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

H_1 : sekurang-kurangnya dua rataan populasi yang tidak sama.

- Hasil pengamatannya :

	Perlakuan						
	1	2	…	i	…	k	
	y_{11} y_{12} . . . y_{1n}	y_{21} Y_{22} . . . y_{2n}	… … …	y_{i1} y_{i2} . . . y_{in}	… … …	y_{k1} y_{k2} . . . y_{kn}	
Jumlah	$T_{1.}$	$T_{2.}$	…	$T_{i.}$	…	$T_{k.}$	$T_{...}$
Rataan	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	…	$\bar{y}_{i.}$	…	$\bar{y}_{k.}$	$\bar{y}_{\cdots}$

- Model matematika :

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \quad , \mu_i = \mu + \alpha_i \text{ dan } \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 0$$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mu_i}{k}$$

- Rumus perhitungan jumlah kuadrat:
  Ukuran contoh (sampel) sama = n

$$JKT = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{nk} \text{ ; JKT = Jumlah Kuadrat Total}$$

$$JKA = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_{i.}}{n} - \frac{T_{..}^2}{nk} \text{ ; JKA = Jumlah Kuadrat Perlakuan}$$

$$JKG = JKT - JKA \text{ ; JKG = Jumlah Kuadrat Galat}$$

- Tabel Analisis Varians untuk Klasifikasi Satu Arah

Sumber Variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat bebas	Rataan Kuadrat	F_{hitung}
Perlakuan	JKA	k-1	$S_1^2 = \frac{JKA}{k-1}$	$\frac{S_1^2}{S^2}$
Galat	JKG	k (n-1)	$S^2 = \frac{JKG}{k(n-1)}$	-
Total	JKT	nk - 1	-	-

- Rumus perhitungan jumlah kuadrat: ukuran contoh (sampel) tak sama.

$$JKT = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N}$$

$$JKA = \sum_{i=1}^{k} \frac{T_{i.}^2}{n_i} - \frac{T_{..}^2}{N}$$

$$JKG = JKT - JKA$$

$$N = n_1 + n_2 + \ldots + n_k = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

Derajat bebas : N –1 untuk JKT;
k – 1 untuk JKA;
N – k untuk JKG

3. Uji Kesamaan Beberapa Varians

Hipotesis :
$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$
H_1 : tidak semua varians sama

a. Uji Bartlett

- Statistik Uji :

$$b = \frac{\left[\left(S_1^2\right)^{n_1-1} \left(S_2^2\right)^{n_2-1} \dots \left(S_k^2\right)^{n_k-1} \right]^{\frac{1}{N-k}}}{S_p^2}$$

- Keputusan tolak H_0 bila
  $b < b_k(\alpha;n)$; untuk ulangan sama = n
  $b < b_k(\alpha; n_1, n_2, \dots, n_k)$; untuk ulangan tidak sama dimana

$$b_k(\alpha; n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n_1 b_k(\alpha; n_1) + n_2 b_k(\alpha; n_2) + \dots + n_k b_k(\alpha; n_k)}{N}$$

$b_k(\alpha;n)$ = Tabel nilai kritis uji Bartlatt

b. Uji Cocharan

Uji ini terbatas untuk ukuran contoh (sampel) sama.

- Statistik uji $G = \dfrac{S_i^2 \text{ terbesar}}{\sum_{i=1}^{k} S_i^2}$
- Keputusanmenolak H_0 : bila $G > g\alpha$; $g\alpha$ = nilai kritis pada uji Cochran

4. Pembandingan Ganda Rataan Perlakuan.

- Selang kepercayaan $k_{(1-\alpha)}$ 100% beda rataan perlakuan ke i dan ke:

$$\left(\bar{y}_i - \bar{y}\right) - t_{\frac{1}{2}\alpha(N-k)} \sqrt{\frac{2\,S^2}{n}} < \mu_i - \mu_j. < \left(\bar{y}_i - \bar{y}_j\right) + t_{\frac{1}{2}\alpha(N-k)} \sqrt{\frac{2\,S^2}{n}}$$

Pasangan perlakuan ke-i dan ke-k berbeda bila

$$\left|\bar{y}_i. - \bar{y}_k.\right| \geq -t_{\frac{1}{2}\alpha(N-k)} \sqrt{\frac{2\,S^2}{n}} \text{ atau}$$

$$\left|\bar{y}_i. - \bar{y}\right| \geq -t_{\frac{1}{2}\alpha(N-k)} \sqrt{\frac{2\,\text{JKG}}{n(N-k)}}$$

BNT = Beda Nyata Terkecil atau
LSD = Least Significant Difference

$$\text{BNT} = t_{\frac{1}{2}\alpha(N-k)} \sqrt{\frac{2\,\text{JKG}}{n(N-k)}}$$

- Selang kepercayaan $(1-\alpha)$% serentak dari Tukey untuk beda dua rataan :

$$\left(\bar{y}_i. - \bar{y}_j.\right) - q(\alpha; k, N-k)\sqrt{\frac{\text{JKG}}{n(N-k)}} \leq \mu_i - \mu_j \leq \left(\bar{y}_i. - \bar{y}_j.\right) + q(\alpha; k, N-k)\sqrt{\frac{\text{JKG}}{(N-k)n}}$$

Dan pasangan μ_i, μ_j berbeda jika

$\left|\bar{y}_i. - \bar{y}_j.\right| \geq$ BNJ = Beda Nyata Jujur

BNJ = (HSD = Honestly Significant Difference)

$$\text{BNJ} = q(\alpha; k, N-k)\sqrt{\frac{\text{JKG}}{(N-k)\,n}}$$