

## 1 同次分解の一意性を示し、補題 7 の証明を完成させよ.

*Proof.*  $S = \sum_{\alpha} S'_{\alpha}$  ( $S'_{\alpha}$  は多重次数  $\alpha$  の同次なシジジ) と同次分解したとき, ある  $1 \leq i \leq s$  について  $S'_{\alpha}$  の  $i$  番目の要素について考える.

$S = (h_1, \dots, h_s), h_i = \sum_{\beta} h_{i\beta} x^{\beta}$  ( $h_{i\beta} \in k$ ) と置く. 多項式  $h_i$  に出現する単項式  $h_{i\beta} x^{\beta}$  は, 同次分解の結果  $S'_{\beta + \text{multideg}(f_i)}$  の  $i$  番目の要素になる. これは次数  $\beta$  から一意に決まるので, 同次分解全体も一意に決まる.  $\square$

蛇足.

「 $S = \sum_{\alpha} S_{\alpha}$  という同次分解において  $\alpha$  は重複しない」という仮定を置いているように見える. この仮定を置かない場合, 一意性は言えない.