

1 定理 11 の証明に出てくる  $\{(i, j) : 1 \leq i < j \leq t\}$  の順序付けについて学ぶ。アルゴリズムが停止したときに  $B = \emptyset$  となっている仮定し、 $t$  をそのときの  $G$  の長さとしよ。

a. 任意の組  $(i, j)$  ( $1 \leq i < j \leq t$ ) は、アルゴリズムのどこかの時点で  $B$  に属していることを示せ

*Proof.*  $1 \leq i < j \leq s$  である  $(i, j)$  については、アルゴリズムの初期化で  $B$  の要素になっている。

$s < j \leq t, 1 \leq i < j$  である  $(i, j)$  については、 $t$  が更新されると同時に  $B$  に  $\{(i, t) : 1 \leq i \leq t-1\}$  を追加しているため、やはりその時点での  $B$  に含まれている。□

b. (a) と  $B = \emptyset$  を使い、組  $(i, j)$  がいつ  $B$  から取り除かれたかによって、全ての組を順序付けできる方法を説明せよ

*Proof.* 全ての組  $(i, j)$  は必ず  $B$  に含まれ、処理の最後には  $B$  は空になっているので、全ての組  $(i, j)$  はアルゴリズムのどこかの段階で  $B$  から取り除かれている。よって、この取り除かれるタイミングで全ての組  $(i, j)$  が順序付けできる。

(おそらく、 $\text{Select}(i, j) \in B$  と  $B$  を更新するときの合併の実装詳細に依存する) □