

1 定理 11 の証明に出てくる $\{(i, j) : 1 \leq i < j \leq t\}$ の順序付けについて学ぶ。アルゴリズムが停止したときに $B = \emptyset$ となっている仮定し、 t をそのときの G の長さとしよ。

a. 任意の組 (i, j) ($1 \leq i < j \leq t$) は、アルゴリズムのどこかの時点で B に属していることを示せ

Proof. $1 \leq i < j \leq s$ である (i, j) については、アルゴリズムの初期化で B の要素になっている。

$s < j \leq t, 1 \leq i < j$ である (i, j) については、 t が更新されると同時に B に $\{(i, t) : 1 \leq i \leq t-1\}$ を追加しているため、やはりその時点での B に含まれている。 □

b. (a) と $B = \emptyset$ を使い、組 (i, j) がいつ B から取り除かれたかによって、全ての組を順序付けできる方法を説明せよ

Proof. 全ての組 (i, j) は必ず B に含まれ、処理の最後には B は空になっているので、全ての組 (i, j) はアルゴリズムのどこかの段階で B から取り除かれている。よって、この取り除かれるタイミングで全ての組 (i, j) が順序付けできる。

(おそらく、 $\text{Select}(i, j) \in B$ と B を更新するときの合併の実装詳細に依存する) □