

1 代数多様体 V に対し $V = \mathbf{V}(\mathbf{I}(V))$ を示せ

Proof. \subset の方向は省略.

\supset の方向を示す.

任意に $\mathbf{x} \in \mathbf{V}(\mathbf{I}(V))$ を取る. \mathbf{V} の定義より $\forall f \in \mathbf{I}(V), f(\mathbf{x}) = 0$.

V は代数多様体であったので, 多項式の有限集合 $\{g_i\}_{i=1}^s$ が存在し, $V = \mathbf{V}(g_1, g_2, \dots, g_s)$ となる. $\forall \mathbf{y} \in V, g_i(\mathbf{y}) = 0$ なので \mathbf{I} の定義より $g_i \in \mathbf{I}(V)$.

以上より, 上で任意に取った \mathbf{x} は $g_i(\mathbf{x}) = 0$ を満たすので, $\mathbf{x} \in V$ が分かり, $V \supset \mathbf{V}(\mathbf{I}(V))$ が示せた. \square