

# 1 式 (2) で与えた順序を使い, 連立一次方程式が階段形式であることの厳密な定義を書け

多項式  $f \in k[x_1, x_2, \dots, x_n]$  から  $k^{n+1}$  への写像  $\text{coeff}$  を次のように定義し, 多項式に順序を入れる.

定義 (係数関数).  $\text{coeff} : k[x_1, x_2, \dots, x_n] \rightarrow k^{n+1}$  を以下のように定める.

$$\text{coeff}(0) = (0, 0, \dots, 0, 0)$$

$$\text{coeff}(a) = (0, 0, \dots, 0, a)$$

$$\text{coeff}(ax_m) = (0, \dots, a, \dots, 0) \text{ (} m \text{ 番目の要素以外は 0)}$$

$$\text{coeff}(f + g) = \text{coeff}(f) + \text{coeff}(g)$$

$$(a \in k, a \neq 0, f, g \in k[x_1, x_2, \dots, x_n])$$

定義 (係数順序). 多項式に以下のように順序を定義する.

$f >_{\text{coeff}} g$  とは,  $\text{coeff}(f)$  の最も左の 0 でない要素の位置  $i$  番目として,  $\text{coeff}(g)_i \neq 0$  ならば  $f =_{\text{coeff}} g$ ,  $\text{coeff}(g)_i = 0$  ならば  $f >_{\text{coeff}} g$ .

ここで定義した言葉を使うと「連立一次方程式が階段形式である」とは, 「連立一次方程式が係数順序によって狭義の降順になっていること」と説明できる.

## a. コメント

この問題の目的を「§1 で定めた階段形式を形式的な順序という言葉で定義すること」と理解して回答を書いた.