

3.6

令 A 、 B 和 C 是任意正规式, 证明以下关系成立

下面的证明要用到 A^m 这种表示法, 其中 $m \in \mathbb{N}$, $A^m = A^{m-1}A$, 但 $A^1 = A$. $S^m = L(A^m)$.

1. $A|A = A$

证 $\because L(A|A) = L(A) \cup L(A) = L(A) \therefore A|A = A$ □

2. $(A^*)^* = A^*$

证 $\because L((A^*)^*) = (L(A^*))^* = ((L(A))^*)^* \therefore L(A^*) = (L(A))^*$

1° 先证 $x \in (A^*)^* \Rightarrow x \in A^*$. 令 $S = L(A)$, 则命题变为 $x \in (S^*)^* \Rightarrow x \in S^*$.
 $\because x \in (S^*)^*, \therefore \exists m, x \in (S^*)^m$. 同理 $\exists n, x \in (S^n)^m \therefore x \in S^{n \times m} \therefore x \in S^*$.

2° 再证 $x \in A^* \Rightarrow x \in (A^*)^*$. 令 $S = L(A) \therefore x \in A^* \therefore \exists m, x \in S^m$. 令 $n = 1$, 则
 $x \in (S^n)^m \therefore x \in (A^*)^*$.

综上, 命题得证. □

3. $A^* = \varepsilon|AA^*$

证 1° 先证 $x \in S^* \Rightarrow x \in \{\varepsilon\} \cup (SS^*)$. $\because x \in S^*, \exists m \in \mathbb{N}, x \in S^m$. 若 $m = 0$, 则
 $x \in S^0 = \{\varepsilon\} \subseteq \{\varepsilon\} \cup (SS^*)$; 否则有 $m \geq 1, x \in S^m = SS^{m-1} \subseteq \{\varepsilon\} \cup (SS^*)$.

2° 再证 $x \in \{\varepsilon\} \cup (SS^*) \Rightarrow x \in S^*$. 若 $x \in \{\varepsilon\}, x \in S_0 \subseteq S^*$; 否则 $x \in (SS^*)$,
 $\exists m \in \mathbb{N}, x \in SS^m = S^{m+1} \subseteq S^* \therefore x \in S^*$.

综上, 命题得证. □

4. $(AB)^*A = A(BA)^*$

证 $(AB)^*A$ 表达的正规式集合是连续的任意多个或零个 AB 串的后面接上 A 得到的正规式全体, $A(BA)^*$ 表达的正规式集合是连续的任意多个或零个 BA 串的前面加上 A 得到的正规式全体, 它们是相同的.

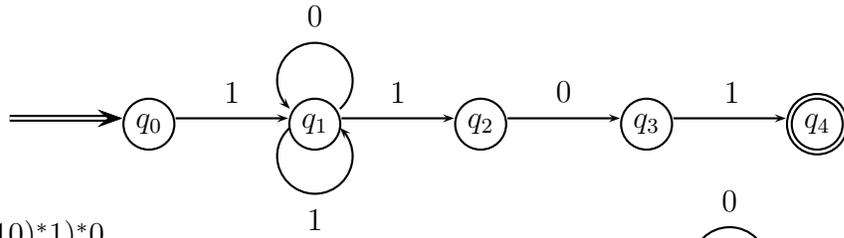
5. $(A|B)^* = (A^*B^*)^* = (A^*|B^*)^*$

证 它们表达的正规式集合都是 A 和 B 串以任意数目和方式连接得到的正规式全体.

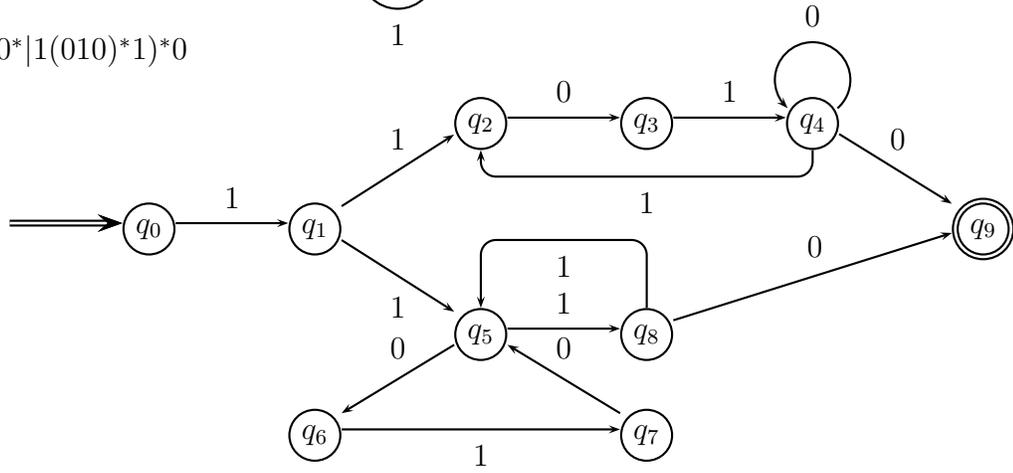
3.7

构造下列正规式相应的 DFA

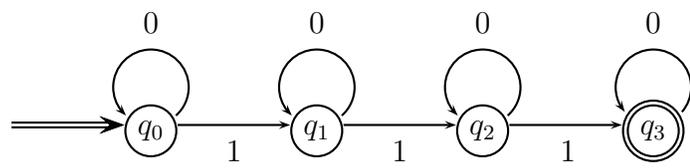
1. $1(0|1)^*101$



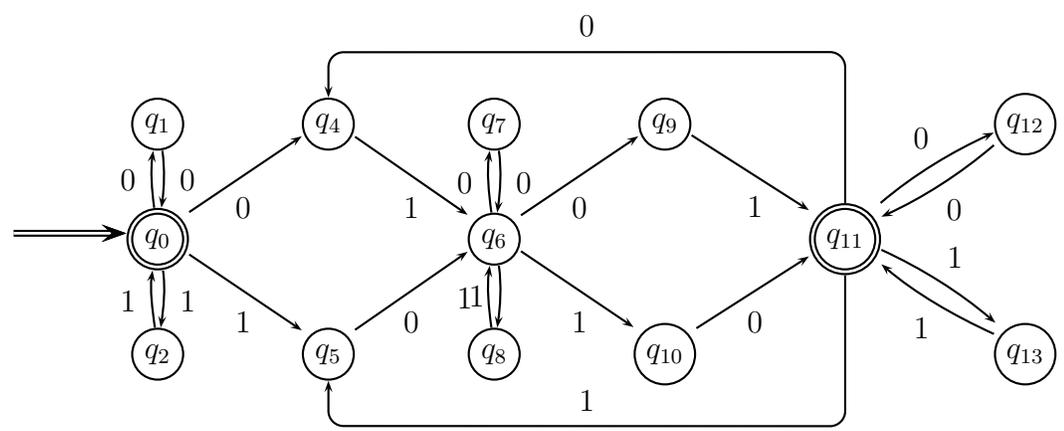
2. $1(1010^*|1(010)^*1)^*0$



3. $0^*10^*10^*10^*$



4. $(00|11)^*((01|10)(00|11)^*(01|10)(00|11)^*)^*$



3.8

给出下列正规表达式

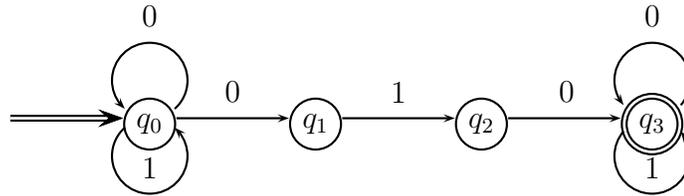
- (1) 以 01 结尾的二进制整数串: $(0|1)^*01$
- (4) 英文字母组成的所有符号串, 要求符号串中的字母依照字母序排列:
 (abcdefghijklmnopqrstuvwxyzABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ)
 (abcdefghijklmnopqrstuvwxyzABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ)*

3.9

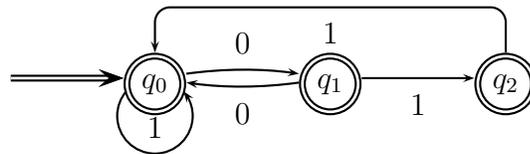
对下列情况给出 DFA 及正规表达式:

- (1) $\{0, 1\}$ 上的含有字串 010 的所有串;
 (2) $\{0, 1\}$ 上不含子串 010 的所有串;

- (1) 正规表达式为 $(0|1)^*010(0|1)^*$, 对应的 DFA 状态转换图为



- (2) 正规表达式为 $(0|00|01|1^*|10)(000|001|011|100|101|110|1^*)^*$, 对应的 DFA 状态转换图为



3.12

将图 3.18 的 (a) 和 (b) 分别确定化和最小化

- (a) 构造状态转换表

| I | I_a | I_b |
|------------|------------|---------|
| $\{0\}$ | $\{0, 1\}$ | $\{1\}$ |
| $\{0, 1\}$ | $\{0, 1\}$ | $\{1\}$ |
| $\{1\}$ | $\{0\}$ | — |

最小化后得到如下状态转换表

| I | a | b |
|-----|-----|-----|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | - |

3.14

构造一个 DFA, 它接受 $\Sigma = \{0, 1\}$ 上所有满足如下条件的字符串: 每个 1 都有 0 直接跟在右边

