**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Расчетно-графическое задание**

**по курсу: «Теория Вероятности и Математическая Статистика»**

Часть 2

|  |  |
| --- | --- |
| Группа: | ПМи-91 |
| Студент: | Морозов А. |
| Преподаватель: | Карманов В. С. |
| Вариант: | 15 |

**Новосибирск**

**2013**

**Задание:**

**1.11. В 1889 – 1890 гг. был измерен рост в сантиметрах 999 взрослых мужчин (рабочих московских фабрик). Результаты измерений представлены в следующей таблице.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Рост | 143-146 | 147-149 | 150-152 | 153-155 | 156-158 |
| число мужчин | 1 | 2 | 8 | 26 | 65 |
| Рост | 159-161 | 162-164 | 165-167 | 168-170 | 171-173 |
| число мужчин | 120 | 180 | 201 | 170 | 120 |
| Рост | 174-176 | 177-179 | 180-182 | 183-185 | 186-188 |
| число мужчин | 64 | 28 | 10 | 3 | 1 |

Требуется проверить гипотезу о том, что рост взрослого мужчины имеет нормальное распределение.

**Гипотеза о виде распределения:**

Смоделируем выборку:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Рост | 144,5 | 148 | 151 | 154 | 157 |
| число мужчин | 1 | 2 | 8 | 26 | 65 |
| Рост | 160 | 161 | 166 | 169 | 172 |
| число мужчин | 120 | 180 | 201 | 170 | 120 |
| Рост | 175 | 178 | 181 | 184 | 187 |
| число мужчин | 64 | 28 | 10 | 3 | 1 |

Теперь, используем оценку максимального правдоподобия для нормального распределения:  
,

где — выборочное среднее, а — выборочная дисперсия.

В нашем случае, 165,67 и 39,4

Теперь мы можем вычислить вероятности попадания случайной величины с распределением в соответствующие интервалы (a,b] :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Интервал | 143-146 | 147-149 | 150-152 | 153-155 | 156-158 | 159-161 | 162-164 | 165-167 |
| Вероятность | 0,00074 | 0,002497 | 0,008456 | 0,022835 | 0,049176 | 0,084455 | 0,115672 | 0,126344 |
| Интервал | 168-170 | 171-173 | 174-176 | 177-179 | 180-182 | 183-185 | 186-188 |  |
| Вероятность | 0,11005 | 0,076452 | 0,042353 | 0,018711 | 0,006592 | 0,001852 | 0,000415 |  |

Теперь найдём значение статистики: , где — количество измерений, попавших в интервал, — общее количество измерений, равное, в данном случае, 999.

1,2289328

Мы оценивали 2 параметра и выборка была распределена по 15 интервалам, следовательно, получаем 15-2-1=12 степеней свободы.

Получаем: . Значит, **нет причин отвергать гипотезу**.

**2.11. После кризиса спрос на чебуреки упал, и менеджер был вынужден тратить часть средств на рекламу. В следующей таблице приведены данные наблюдений за 20 недель.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Неделя | Затраты на рекламу | Количество проданных чебуреков | Неделя | Затраты на рекламу | Количество проданных чебуреков |
| 1 | 4.79 | 525 | 11 | 5.19 | 407 |
| 2 | 3.61 | 567 | 12 | 3.27 | 608 |
| 3 | 5.49 | 396 | 13 | 4.69 | 399 |
| 4 | 2.78 | 726 | 14 | 3.79 | 631 |
| 5 | 5.74 | 265 | 15 | 4.259 | 545 |
| 6 | 1.34 | 615 | 16 | 2.71 | 512 |
| 7 | 5.81 | 370 | 17 | 2.21 | 845 |
| 8 | 3.39 | 789 | 18 | 3.09 | 571 |
| 9 | 3.74 | 513 | 19 | 4.65 | 539 |
| 10 | 3.59 | 661 | 20 | 1.97 | 620 |

Требуется проверить гипотезу о независимости объема продаж и затрат на рекламу.

**Гипотеза независимости:**

Для проверки гипотезы независимости воспользуемся критерием независимости . Зададим уровнем значимости .

Составим таблицу сопряженности двух признаков: , :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Реклама\Продажи | [250;370) | [370;490) | [490;610) | [610;730) | [730;850) |  |
| [1;2) | 0 | 0 | 0 | 2 | 0 | 2 |
| [2;3) | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 |
| [3;4) | 0 | 0 | 4 | 2 | 1 | 7 |
| [4;5) | 0 | 1 | 3 | 0 | 0 | 4 |
| [5;6) | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 4 |
|  | 1 | 4 | 8 | 5 | 2 | 20 |

Статистика критерия независимости :  имеет -распределение с числом степеней свободы .

В данном случае и , а .

Отсюда, учитывая, что делаем вывод о том, что **нет причины отвергать гипотезу** о независимости.

**3.13. Проверьте гипотезу об однородности выборок из задач 1.13, 1.14.**

В следующей таблице приведен рост 42 студентов (мужчин).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 180 | 190 | 182 | 168 | 166 | 183 | 190 | 177 | 170 | 176 |
| 174 | 190 | 186 | 173 | 173 | 185 | 168 | 160 | 170 | 182 |
| 185 | 173 | 180 | 182 | 172 | 180 | 172 | 195 | 174 | 177 |
| 182 | 176 | 183 | 170 | 182 | 175 | 186 | 176 | 177 | 180 |
| 186 | 180 |  |  |  |  |  |  |  |  |

В следующей таблице приведен рост 23 студентов (женщин).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 158 | 164 | 167 | 163 | 165 | 176 | 166 | 170 | 164 | 159 |
| 168 | 167 | 163 | 162 | 163 | 168 | 152 | 173 | 167 | 164 |
| 169 | 160 | 164 |  |  |  |  |  |  |  |

**Гипотеза однородности:**

Сделаем группировку выборок, чтобы использовать критерий Пирсона.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер выборки\Рост | [150;160) | [160;170) | [170;180) | [180;190) | [190;2000) |  |
| 1 | 0 | 4 | 17 | 17 | 4 | 42 |
| 2 | 3 | 17 | 3 | 0 | 0 | 23 |
|  | 3 | 21 | 20 | 17 | 4 | 65 |

Имеем 2 серии наблюдений. Каждая серия наблюдений имеет свою неизвестную функцию распределения . Требуется проверить гипотезу однородности .

Для ее проверки используем критерий χ2: статистика , имеет с числом степеней свободы .

В данном случае и , а .

Отсюда, учитывая, что делаем вывод о том, что **гипотеза однородности не принимается.**

Для проверки полученного результата используем другой тест на однородность, называемый тестом Колмогорова-Смирнова.

Статистика критерия однородности Смирнова: , где  подчиняется распределению Колмогорова , а m=23, n=42.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X(i) |  |  |  |
| 152 | 1/23 | 0 | 42/966 |
| 158 | 2/23 | 0 | 84/966 |
| 159 | 3/23 | 0 | 126/966 |
| 160 | 4/23 | 1/42 | 145/966 |
| 162 | 5/23 | 1/42 | 187/966 |
| 163 | 8/23 | 1/42 | 313/966 |
| 164 | 12/23 | 1/42 | 481/966 |
| 165 | 13/23 | 1/42 | 523/966 |
| 166 | 14/23 | 2/42 | 542/966 |
| 167 | 17/23 | 2/42 | 668/966 |
| 168 | 19/23 | 4/42 | 706/966 |
| **169** | **20/23** | **4/42** | **748/966** |
| 170 | 21/23 | 7/42 | 721/966 |
| 172 | 21/23 | 9/42 | 675/966 |
| 173 | 22/23 | 12/42 | 648/966 |
| 174 | 22/23 | 14/42 | 602/966 |
| 175 | 22/23 | 15/42 | 579/966 |
| 176 | 1 | 18/42 | 552/966 |
| 177 | 1 | 21/42 | 483/966 |
| 180 | 1 | 26/42 | 368/966 |
| 182 | 1 | 31/42 | 253/966 |
| 183 | 1 | 33/42 | 207/966 |
| 185 | 1 | 35/42 | 161/966 |
| 186 | 1 | 38/42 | 92/966 |
| 190 | 1 | 41/42 | 23/966 |
| 195 | 1 | 1 | 0 |

В итоге получаем: , т.е., как и в предыдущем случае, **гипотеза**  **однородности отвергается**.